Exemplos de problemas que podem ser formulados como problemas de Programação Linear (PL)

1 . ALOCAÇÃO DE RECURSOS

Em problemas de alocação, existe tipicamente um conjunto de recursos para distribuir de algum modo óptimo (no espaço ou entre várias actividades).

"Um fabricante tem um lote de matérias primas e equipamento para as processar e produzir n tipos diferentes de produtos".

O seu Problema é o de como alocar as matérias primas aos vários produtos possíveis de modo a maximizar o seu proveito.

Assuma que o preço de venda por unidade do produto *j* é p_j , j=1,2, ... , n

Se x_j designar a quantidade de produto *j* que é produzido, b_i a quantidade de matéria prima *i* disponível, e a_{ij} a quantidade de matéria prima *i* incorporada numa unidade de produto *j*, o fabricante procura maximizar a função objecto linear:

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n = p'x \text{ com } p, x \in \Re^n$$

Sujeito às restrições impostas à produção pelas quantidades de matérias primas disponíveis:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n \le b_n \\ \text{e} \quad x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots, x_n \ge 0 \end{array}\right\} \text{ desigualdades lineares}$$

Exemplos de problemas que podem ser formulados como problemas de Programação Linear (PL)

2 . PROBLEMA DA DIETA

Pretende-se determinar qual a dieta mais económica que satisfaz os requisitos nutricionais mínimos exigidos para garantir uma alimentação saudável. Este é um problema que se pode pôr ao diatista de uma cantina universitária (ou militar , ou de um hospital)

Admita-se que existem no mercado n produtos alimentares e que o produto i é vendido ao preço unitário c. Considere-se também que existem m nutrientes básicos e que para se obter uma dieta equilibrada cada indivíduo deve ingerir por dia pelo menos b_j unidades de nutriente j.

Finalmente assuma que cada unidade de produto alimentar i contém a_{ji} unidades do nutriente j.

Seja x_i o número de unidades do produto i na dieta, Então o objectivo consiste em seleccionar os x_i, s que minimizam o custo total:

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n = c'x \text{ com } c, x \in \Re^n$$

sujeito a :

$$\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \geq b_2 \\
&. \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \geq b_m
\end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0,\ \ldots\ ,\ x_n \geq 0,$$

Exemplos de problemas que podem ser formulados como problemas de Programação Linear (PL)

3 .PROBLEMA DE TRANSPORTE :

Suponha que as quantidades $a_1, a_2, \ldots a_m$ de um certo produto têm de ser despachadas de *m* locais e recebidas na quantidades $b_1, b_2, \ldots b_n$ em *n* destinos

Associado ao transporte de uma unidade de produto com origem em *i* e destino em *j* existe um custo de transporte c_{ij}.

Pretendem-se determinar as quantidades x_{ij} a transportar entre cada par origem – destino *i* = 1,2,...,*m* *j*= 1,2,...,*n* de modo a satisfazer os requisitos de transporte e minimizar o seu custo total :

$$\sum_{ij} c_{ij} x_{ij}$$

Sujeito a :

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad i = 1,2,\ldots,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Para assegurar consistência das restricções temos que assumir que : $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$.