Optimização e Algoritmos
1ºSemestre – 2003/2004
LEEC

Série de Problemas nº 3

1. Considere o seguinte problema:

   Minimize $f(x) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$

   A solução óptima deste problema é $x^* = [2,1]'$ e $f(x^*) = 0$.

   Use o Algoritmo das coordenadas cíclicas para aproximar esta solução utilizando como estimativa inicial o ponto $x^0 = [0,3]'$. Verifique que enquanto nas primeiras iterações o algoritmo progride bastante, o mesmo comportamento não se verifica nas últimas iterações. Tente encontrar uma explicação para este facto.

2. Use o Algoritmo de Hooke and Jeeves para resolver o mesmo problema e usando a mesma estimativa inicial $x^0 = [0,3]'$. Compare o desempenho deste algoritmo com o das coordenadas cíclicas.

3. Suponha que x^k e x^{k+1} são dois pontos consecutivos gerados pelo algoritmo de "steepest descent". Mostre que $f(x^k)' \; f(x^{k+1}) = 0$.

4. Seja Q uma matriz nxn, simétrica, e sejam $d_1, d_2, ..., d_n$ um conjunto de vectores próprios de Q. Mostre que $d_1, d_2, ..., d_n$ são Q-conjugados.

5. Sejam $a_1, a_2, ..., a_k$ um conjunto de vectores linearmente independentes em R^n e seja Q uma matriz nxn, simétrica e positiva definida.

   Mostre que os vectores $d_1, d_2, ..., d_k$ construídos de acordo com o procedimento descrito abaixo (procedimento de Gram-Schmidt) são Q-conjugados:

$$d_k = \begin{cases} a_k & \text{se} \quad k = 1 \\ a_k - \sum_{i=1}^{k-1} \left[\dfrac{d_i' Q a_k}{d_i' Q d_i} \right] d_i & \text{se} \quad \text{k} \geq 2 \end{cases}$$