

Optimização e Algoritmos
1ºSemestre – 2003/2004
LEEC

Série de Problemas nº 4

1. Seja a função $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x_1, x_2) = 2x_1 + 6x_2 - 2x_1^2 - 3x_2^2 + 4x_1x_2$$

Verifique se f é convexa, côncava ou nem convexa nem côncava.

2. Minimize $x_1 - \frac{3}{2}x_1^2 + (x_2 - 5)^2$

Sujeito a:

$$-x_1 + x_2 \leq 2$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 11$$

$$-x_1 \leq 0$$

$$-x_2 \leq 0$$

Verifique que o ponto (1,3) é um mínimo global da função.

3. Considere o seguinte problema:

$$\text{Minimize } x^2 + 2x$$

$$\text{Sujeito a: } -3 \leq x \leq 5$$

Utilize o método da "Golden section" para reduzir o intervalo de incerteza ao valor de 0,2.

Para cada iteração, k , indique numa tabela quais os valores dos extremos do novo intervalo de incerteza a_k, b_k , quais os valores de λ_k, μ_k , e os valores correspondentes da função $f(\lambda_k), f(\mu_k)$.

4. Resolva o problema 3 usando o método de Fibonacci. Qual dos dois métodos é mais eficiente?
5. Mostre que para um intervalo final de incerteza, L , o número requerido de observações, n , pode ser calculado como sendo o menor inteiro positivo que satisfaz, para cada método, a seguinte relação:

Método da procura uniforme:
$$n \geq \frac{b_1 - a_1}{L/2} - 1$$

Método da procura dicotômica:
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \frac{L}{b_1 - a_1}$$

Método da "Golden section":
$$(0,618)^{n-1} \frac{L}{b_1 - a_1}$$

Método de Fibonacci:
$$F_n \frac{b_1 - a_1}{L}$$

6. Considere o problema de minimização da função:

$$f(x, y) = 3x^2 + y^4$$

- (a) Aplique uma iteração do método de "steepest descent" com estimativa inicial $(1, -2)$ e um passo dado pela regra de Armijo com $s=1$; $\alpha = 0,1$; e $\epsilon = 0,5$.
- (b) Repita (a) com $s=1$; $\alpha = 0,1$; e $\epsilon = 0,1$. Como é que o custo associado a esta estimativa se compara com o obtido em (a)? Comente sobre os compromissos envolvidos na escolha de α .
- (c) Aplique uma iteração do método de Newton com a mesma estimativa inicial e o mesmo passo de (a). Como é que o custo associado a esta estimativa se compara com o obtido em (a)? E como é que a computação envolvida compara com a envolvida em (a)?