Optimização e Algoritmos
1ºSemestre – 2003/2004
LEEC

Série de Problemas nº 6

1. Considere o seguinte problema de controlo regional de efluentes ao longo de um rio. Presentemente existem n fábricas que despejam os seus resíduos para o rio. A taxa corrente de despejo da fábrica j é de μ_j, $j = 1,2,...,n$. A qualidade da água é examinada ao longo do rio em m postos de controlo. A melhoria mínima desejada de qualidade no posto i é de b_i, $i = 1,2,...,m$. Seja x_j a quantidade de resíduos que têm de ser removidos da fonte j a um custo $f_j(x_j)$ e seja a_{ij} a melhoria de qualidade no posto de controlo i por cada unidade de resíduos removida na fonte j.

   Formule justificadamente o problema da melhoria da qualidade da água a custos mínimos como um problema de optimização.

2. Considere o seguinte problema:

   Maximize $3x_1 + x_2 - x_3^2$

   Sujeito a:

   $$x_1 + x_2 + x_3 \leq 0$$
   $$-x_1 + 2x_2 + x_3^2 = 0$$

   (a) Escreva as condições de optimalidade de Kuhn-Tucker.
   (b) Usando as condições acima encontre a solução óptima para o problema.

3. Considere o seguinte problema:

   Minimize $(x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$

   Sujeito a: $x_1^2 - x_2 = 0$

Utilize o algoritmo da função de penalização para determinar a solução do problema. Tome como ponto de partida $[2,1]'$. Faça $\mu_1 = 0,1$ e $\beta = 10$.

4. Considere o seguinte problema:

   Minimize $(x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$

   Sujeito a: $x_1^2 - x_2 \leq 0$

   Utilize o algoritmo da função de barreira inversa para determinar a solução do problema. Tome como ponto de partida $[0,1]'$. Faça $\mu_1 = 10$ e $\beta = 0,1$.

5. Considere o problema:

   Maximize $x_1 + x_2$

   Sujeito a: $x_1^2 + x_2^2 = 2$

   (trata-se do problema de maximizar o perímetro de um rectângulo inscrito num dado círculo)

   Mostre que este problema tem um único máximo global e um único mínimo global.