

# ***CONTROLO - 1º Laboratório***

## *Os Efeitos da Realimentação Controlo do nível de um depósito*

*Elaborado por J. Gaspar, F. Garcia e E. Morgado*

*Outubro de 2005  
Com correcções de 20-03-2006*

*Área Científica de Sistemas, Decisão e Controlo  
Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores*

## Notas preliminares

Os relatórios dos trabalhos devem ser entregues na caixa de correio da Secção de Sistemas e Controlo (Torre Norte, 5º piso, em frente à sala 5.17) no prazo de sete dias a partir da correspondente sessão de Laboratório. Qualquer relatório entregue depois desta data não será avaliado.

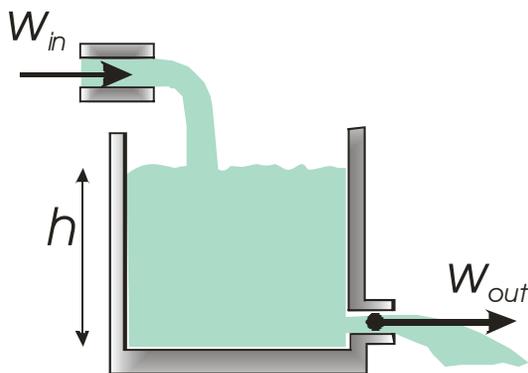
## Objectivos

- Aprendizagem de Matlab e Simulink
- Modelização e análise dinâmica de um sistema não linear; Linearização.
- Efeitos da realimentação.

## I Introdução

Neste laboratório pretende-se controlar o nível de água existente no interior de um depósito. O depósito é alimentado por um caudal de entrada regulado por uma válvula, e existe um caudal de escoamento associado a um orifício ao nível da base do depósito.

Na figura seguinte, mostra-se a representação esquemática do sistema, junto com uma descrição das grandezas relevantes para efeitos de controlo (segue-se a nomenclatura introduzida na referência [1]).



$h$ :	altura de água dentro do depósito
$A$ :	área da base do depósito ( $m^2$ )
$w_{in}$ :	caudal mássico de entrada ( $Kg/s$ )
$w_{out}$ :	caudal mássico de saída ( $Kg/s$ )
$R$ :	constante de resistência ao escoamento ( $Pa^{1/2}.s/Kg$ )
$\rho$ :	densidade da água ( $Kg/m^3$ )
$g$ :	aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )

Das leis da hidrodinâmica sabe-se que:

$$\frac{dm}{dt} = w_{in} - w_{out} \quad \text{conservação da massa (} m = \rho \cdot A \cdot h \text{)}$$

$$W_{out} = (1/R) \cdot (p_1 - p_a)^{1/2} \quad \text{o ritmo de escoamento é função da diferença de pressões entre ponto de escoamento e altura máxima de água no depósito (} p_1 - p_a \text{)}$$

$$p_1 - p_a = \rho \cdot g \cdot h \quad \text{a diferença de pressões no depósito é função da massa por unidade de área da base do depósito.}$$

No estabelecimento do modelo, são feitos alguns pressupostos. Considera-se que o fluido (água) no depósito é incompressível, as paredes do depósito são verticais e o escoamento de água é turbulento devido à dimensão e forma do canal de saída. Consultar referências [1,3] para mais detalhes.

## II Preparação teórica a realizar antes da sessão de laboratório

### 1. Modelização dinâmica do sistema

- 1a) **Equação diferencial não linear** - Determine a equação diferencial não linear que relaciona a altura de água no depósito com o caudal mássico de entrada:

$$dh/dt = f(h, w_{in})$$

- 1b) **Linearização** - Utilizando a técnica de linearização indicada nas referências [2,4], deduza uma equação diferencial linear que descreva aproximadamente, do ponto de vista dinâmico, o comportamento do sistema em torno de um *ponto de funcionamento nominal* correspondente a um valor  $w_{in}^e$ , admitindo desvios de pequena amplitude. Designe as *variáveis incrementais* juntando a letra  $\delta$  a cada uma das variáveis ( $h = h^e + \delta h$ ;  $w_{in} = w_{in}^e + \delta w_{in}$ ; ...). A equação a obter tem a forma seguinte

$$d \delta h / dt = a \cdot \delta h + b \cdot \delta w_{in}$$

- 1c) **Função de transferência** - A partir do resultado da alínea anterior obtenha a função de transferência  $G(s)=H(s)/W_{in}(s)$ , onde  $H(s)$  e  $W_{in}(s)$  são as transformadas de Laplace respectivamente de  $\delta h$  e  $\delta w_{in}$ . Comente a estabilidade do sistema.
- 1d) Suponha agora que o depósito apresentava um isolamento perfeito ( $R = \infty$ ). Repita a alínea anterior e comente o significado prático do resultado.

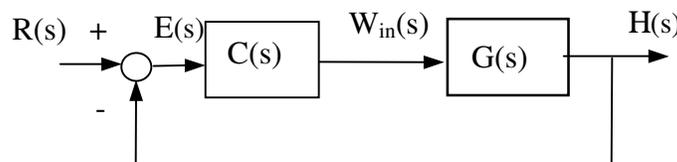
### 2. Resposta em malha aberta

Considere:  $A= 0.2 \text{ m}^2$ ,  $R= 50 \text{ Pa}^{1/2} \cdot \text{s}/\text{Kg}$ ,  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\rho= 1000 \text{ Kg/m}^3$ .

- 2a) **Ponto de equilíbrio** - Determine a altura nominal de equilíbrio  $h^e$  correspondente ao valor nominal de caudal mássico de equilíbrio  $w_{in}^e = 1 \text{ Kg/s}$ .
- 2b) **Resposta ao escalão** - Determine a resposta ao escalão unitário da função  $G(s)$ .

### 3. Controlo proporcional, $C(s)=K$

No sentido de tentar fazer controlo da altura de água contida no depósito usaremos realimentação negativa e um controlador série  $C(s)$ , como ilustrado no diagrama de blocos seguinte:



- 3a) Determine a função de transferência em cadeia fechada,  $G_{cf}(s) = H(s)/R(s)$ , dado o controlador proporcional  $C(s)=K$ . Determine o regime permanente da resposta ao escalão unitário,  $h(\infty)$ , em função de  $K$ , a partir do ganho estático de  $G_{cf}(s)$ . Verifique que no caso do sistema em malha fechada ser estável, o  $h(\infty)$  é sempre menor que 1 qualquer que seja  $K$ . Considerando  $K=2$ , compare  $h(\infty)$  com a resposta em regime permanente ao escalão unitário da função  $G(s)$  e indique vantagem(ns) do controlo em malha fechada.

#### 4. Controlador Integral, $C(s) = K/s$

- 4a) Determine a função de transferência em cadeia fechada,  $G_{cf}(s) = H(s)/R(s)$ , dado o controlador integral  $C(s)=K/s$ . Verifique que o ganho estático de  $G_{cf}(s)$  não depende de  $K$  desde que o sistema em malha fechada seja estável. Conclua sobre a vantagem de utilizar o controlador integral no sentido de melhorar o desempenho em regime permanente no seguimento da referência.

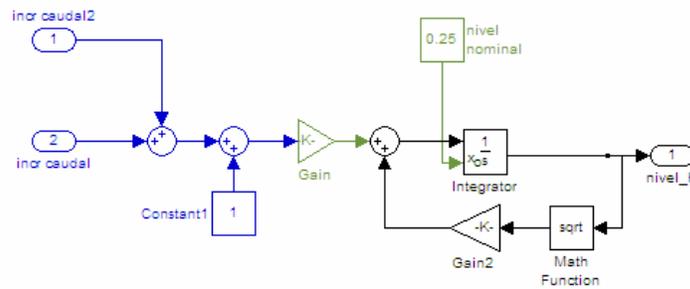
Dadas as vantagens observadas iremos no que se segue manter o controlador integral,  $C(s) = K/s$ , e analisar a resposta no tempo e a resposta na frequência da função de transferência em malha fechada  $G_{cf}(s)$ .

- 4b) **Análise no plano complexo, na frequência e no tempo** - Considerando os valores de  $K$ :  $K_1=0$ ;  $K_2=1/400$ ;  $K_3=1/200$ ;  $K_4=1/100$ ;  $K_5 = 1/10$ ,
- Determine a equação característica em função de  $K$  e os pólos de  $G_{cf}(s)$ . Represente no plano complexo os pólos encontrados, e desenhe uma linha que indique o trajecto seguido devido à variação do ganho  $K$ .
  - Nos casos de pólos complexos conjugados calcule o tempo de pico e sobre-elevação da resposta ao escalão unitário (recorde as fórmulas  $t_p = \pi / w_d$  e  $S = \exp(-\xi\pi / \sqrt{1-\xi^2})$ ).
  - Calcule a frequência de corte a -3dB para os valores  $K_2 \dots K_5$  (utilize a expressão  $|G_{cf}(jw)| = 1/\sqrt{2} \cdot |G_{cf}(0)|$ ; note que  $|G_{cf}(0)| = 1$  e que as equações da forma  $w^4 + cw^2 + d = 0$  são resolvidas pela fórmula resolvente).
  - Relacione os pólos com a existência de sobre-elevação, tempo de pico e frequência de corte a -3dB.

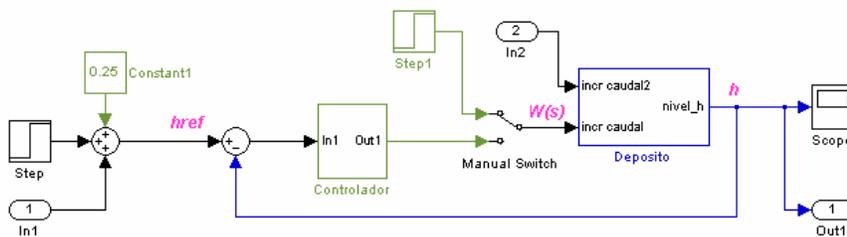
### III Trabalho a realizar durante a sessão de laboratório

O estudo teórico até aqui realizado incidiu essencialmente sobre o *modelo incremental*, i.e. modelo que relaciona variáveis incrementais, obtido por linearização do modelo não linear do depósito. Nesta secção pretende-se transpor os sinais incrementais de referência e de saída para sinais absolutos, obtendo-se desta forma uma aproximação do *modelo não linear* na vizinhança do ponto de funcionamento nominal que permite comparações directas.

O diagrama de blocos seguinte implementa o sistema não-linear deduzido teoricamente, definindo entradas incrementais para aplicação directa na malha de controlo já estudada. A condição inicial do integrador, altura nominal, é configurada por uma entrada adicional (é necessário editar as propriedades do bloco para tornar visível esta entrada).



No diagrama seguinte mostra-se o sistema não linear (identificado por *Deposito*) inserido na malha de controlo. O bloco *Controlador* contém vários controladores (a seleccionar explorando o bloco). Notar ainda o bloco *Manual Switch* que permite interromper a malha e assim realizar experiências em malha aberta.



- Identificação e correcção de ganho incorrecto** - O sistema não linear embebido numa malha de controlo é fornecido no laboratório. A implementação do sistema não linear segue o diagrama atrás indicado, no entanto **um dos ganhos tem um valor incorrecto** o que motiva resultados diferentes dos esperados. Para usar o modelo fornecido é portanto necessário identificar e corrigir o ganho incorrecto: será necessário multiplicar por um factor "Gain" e/ou "Gain2".

**Dados a incluir no relatório** - Registrar as observações feitas e indicar a(s) diferença(s) detectada(s) entre o sistema incremental obtido experimentalmente a partir do sistema não linear e o sistema incremental deduzido na parte teórica do guia de laboratório. **Indicar em particular a correcção realizada** de modo a obter simulações correctas do sistema não linear.

Matlab/Simulink - Para abrir o diagrama, escrever no comando de linha:

```
>> controlo_nivel
```

Para identificar o bloco de ganho com valor incorrecto, obter experimentalmente a função de transferência incremental,  $G(s)$  com os seguintes comandos de matlab - ter o cuidado de colocar o *Manual Switch* na posição de malha aberta e gravar o modelo - :

```
>> [a,b,c,d]= linmod('controlo_nivel');
>> [n,d]= ss2tf(a,b,c,d,2); G= minreal(tf(n,d))
```

Comparar a função obtida com a deduzida na preparação teórica do laboratório. Verificar em particular os ganhos estáticos e as frequências de corte, e registar diferenças relevantes.

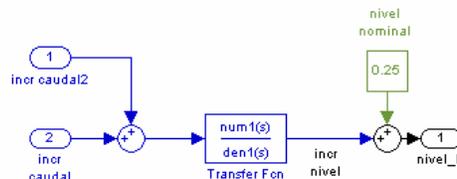
2. **Sistema incremental, análise no tempo e na frequência** - Utilizando o método indicado na alínea anterior para encontrar  $G(s)$ , verifique para cada um dos ganhos  $K_1 \dots K_5$  as propriedades do sistema incremental com controlo integral: frequência de corte a -3dB, ganho estático, tempo de pico e sobrelevação na resposta ao escalão unitário. Compare com os valores deduzidos teoricamente.

Matlab/Simulink - dada uma função de transferência  $G$ , os comandos `bode(G)`, `bandwidth(G)`, e `step(G)` permitem obter a informação desejada. O comando `feedback` permite obter a função de transferência em malha fechada. Por exemplo para obter a resposta ao escalão com  $K=K_5$  (nota: ter o cuidado de manter a malha aberta no diagrama simulink fornecido no laboratório):

```
>> [a,b,c,d]= linmod('controlo_nivel');
>> [n,d]= ss2tf(a,b,c,d,2); G= minreal(tf(n,d));
>> K=1/10; s=tf([1 0],1); Gcf=feedback(K/s*G,1); step(Gcf)
```

3. **Comparação de sistema nominal vs não linear** - Simular a resposta do *sistema nominal* (aproximação em torno do ponto de funcionamento nominal relacionando variáveis totais) e comparar com a resposta do sistema não linear, para o caso do controlador integral com  $K=K_5$ . Realizar experiências variando o sinal de referência, *href* entre 0m até 0.5m (variável total). Observar e **comentar diferenças / semelhanças** das respostas em malha fechada. Nota: sugerem-se simulações em malha aberta para ganhar sensibilidade ao funcionamento do sistema e auxiliar a interpretação dos resultados em malha fechada.

Matlab/Simulink - Na figura seguinte mostra-se o diagrama de blocos para simular o sistema nominal tendo por base o modelo incremental. Notar que o sistema nominal se obtém no Simulink adicionando a altura (nível) nominal à saída das funções de transferência incrementais .

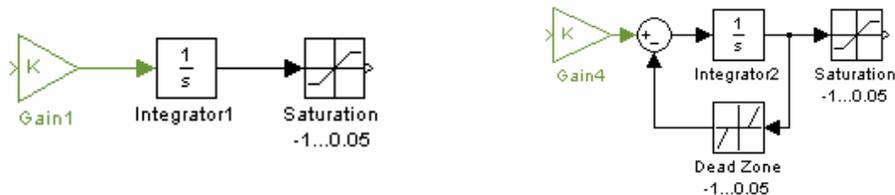


Notar que no caso dos sistemas nominal e não linear, as variáveis são totais e portanto não deve ser usado o comando do matlab "linmod". Alternativamente pode ser usado o comando "sim", para realizar as simulações na linha de comando. Por exemplo:

```
>> K=1/10; [t,tmp,y]= sim('controlo_nivel');
>> plot(t,y)
```

Sugestão: duplicar na mesma janela de *Simulink* o sistema em malha fechada e modificar o conteúdo do novo bloco *Deposito* (colocando o sistema nominal indicado na figura anterior). Fornecer o mesmo sinal de referência para ambas as malhas fechadas e registar ambas as respostas em simultâneo num único *Scope* utilizando para esse efeito um bloco *Mux*.

4. **Correcção da acção integral ("Anti-windup")** - Na figura seguinte mostram-se dois controladores ambos com saturação e um deles (ver fig. à direita) tem um dispositivo corrector da acção integral [1]. Indique a gama de níveis de água que o sistema pode exibir dada a saturação. Projecte uma experiência que evidencie a influência benéfica do dispositivo corrector da acção integral. Nota: escolher saturação e "dead-zone" assimétricos, entre -1 e 0.05 [Kg/s].



5. **Atenuação de perturbações à entrada do sistema** - Proponha uma experiência que ilustre o efeito de uma perturbação do tipo escalão unitário à entrada "incr caudal2" do bloco "Deposito" em cadeia fechada, com os controladores proporcional e proporcional integral. Comente a experiência realizada.

## Bibliografia

- [1] Gene F. Franklin, J. David Powell, Abbas Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, Prentice-Hall, Capítulos 2 e 3 ("Dynamic Models", "Dynamic Response").
- [2] Secção de [1]: "Small-Signal Linearization" (corresponde à secção 2.6.1, página 69, na 4ª edição).
- [3] Eduardo Morgado, *Controlo de Sistemas Dinâmicos: uma introdução*. Texto de apoio. Disponível na Reprografia, Pav. de Eng. Civil.
- [4] Acetatos elaborados pelo corpo docente e a disponibilizar regularmente através da página www da cadeira, "Cap2-Modelação-Tempo-II.pdf" (páginas 20..22, na versão de Março de 2002).