

Instituto Superior Técnico  
Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

# Controlo

*2005/2006*

**Controlo de velocidade de um motor D.C.**

Elaborado por *E. Morgado*<sup>1</sup> e *F. M. Garcia*<sup>2</sup>

Reformulado por *E. Morgado*<sup>1</sup> e *J. Gaspar*<sup>2</sup>

Outubro de 2005

---

<sup>1</sup>Centro de Física Molecular/Instituto Superior Técnico

<sup>2</sup>Instituto de Sistemas e Robótica/Instituto Superior Técnico

## **I – Notas preliminares**

Os relatórios dos trabalhos devem ser entregues na caixa de correio da Secção de Sistemas e Controlo (Torre Norte, 5º piso, em frente à sala 5.17) no prazo de sete dias a partir da correspondente sessão de Laboratório. Entregas fora do prazo serão penalizadas.

É fundamental que cada grupo traga folhas de papel semilogarítmico para a aula de laboratório.

## **II – Objectivos**

- Modelização e identificação de um sistema real.
- Resposta em frequência de amplitude.
- Resposta no tempo e análise no plano  $s$ .
- Projecto de um controlador analógico.

## **III – Introdução**

O laboratório dispõe do seguinte equipamento:

- Motor de corrente contínua (DC) com taquímetro acoplado.
- Montagem que inclui um amplificador de tensão e um amplificador de potência.
- Placas de conversão A/D e D/A, ligadas a um PC.
- Gerador de ondas sinusoidais, quadradas e triangulares.
- O PC tem instalado um software que permite a visualização de sinais provenientes do sistema real.

Este equipamento permite a montagem, análise e projecto do sistema de controlo de velocidade de um motor DC.

## IV – Preparação teórica a realizar antes da sessão de laboratório

Esta secção aborda o estudo teórico do sistema representado na Figura 1.

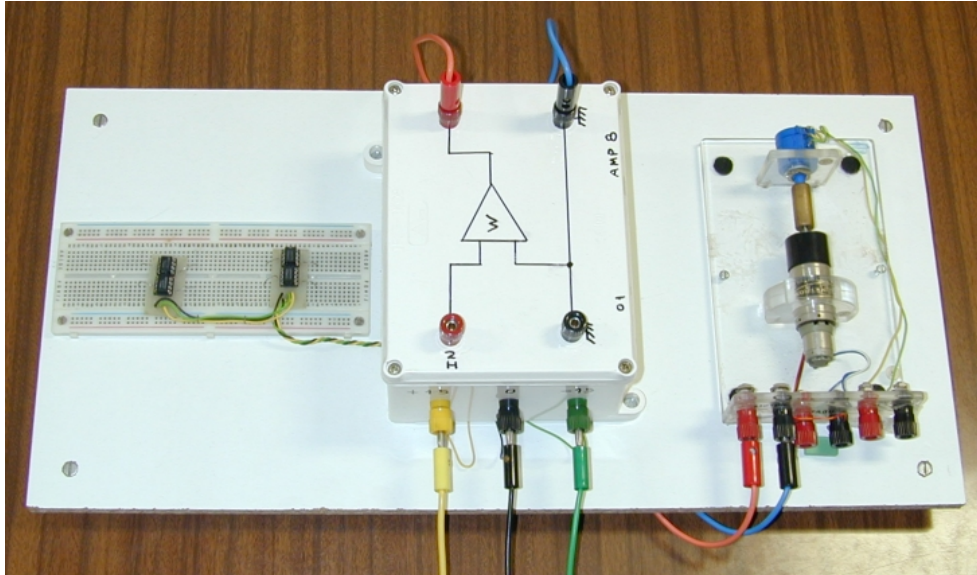


Figura 1: Montagem experimental com amplificador de potência, motor, taquímetro e placa de controlo analógico.

1) Considere o esquema simplificado de um motor DC de imã permanente (semelhante ao utilizado no laboratório) apresentado na figura 2, onde os símbolos indicados correspondem às seguintes grandezas físicas:

- $T$  - Binário do motor.
- $J_m$  - Momento de inércia referido ao eixo do motor.
- $K_e$  - Constante eléctrica.
- $R_a$  - Resistência do circuito de armadura (rotor).
- $L_a$  - Indutância do circuito de armadura.
- $i_a$  - Corrente do circuito de armadura.
- $\theta_m$  - Posição angular do veio do motor.
- $v_a$  - Tensão aplicada nos terminais do motor.
- $e$  - Força (tensão) contra-electromotriz

Considere que a aceleração angular do veio, a velocidade angular do veio e a corrente do circuito de armadura se relacionam pela seguinte expressão:

$$J_m \ddot{\theta}_m = K_m i_a - b \dot{\theta}_m,$$

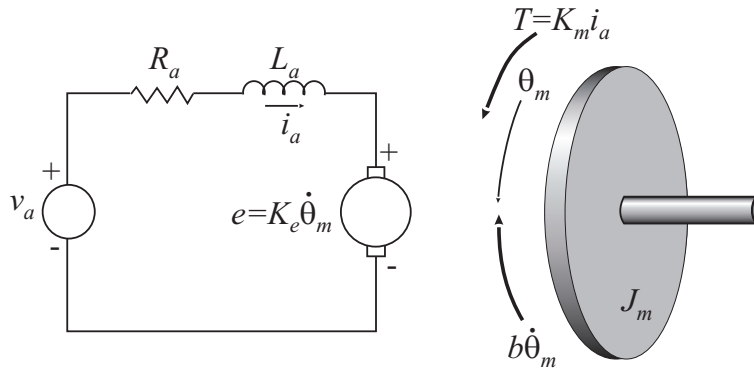


Figura 2: Esquema simplificado de um motor DC.

em que  $K_m$  e  $b$  denotam, respectivamente, a constante de binário e o coeficiente de atrito viscoso. Calcule as funções de transferência que relacionam a tensão aplicada aos terminais do motor com i) a posição angular do veio do motor e ii) a velocidade angular do veio do motor. Simplifique as funções de transferência assim obtidas considerando que a indutância do circuito de armadura é desprezável.

2) Considerando que o amplificador de potência e o taquímetro já estão incluídos (modelados) no circuito eléctrico e no modelo mecânico da figura 2, então o sistema constituído pelo amplificador de potência, motor e taquímetro é representado em boa aproximação por uma função de transferência de 1ª ordem da forma

$$G(s) = \frac{K_0}{1 + s\tau}. \quad (1)$$

2.1) Identifique o sistema da eq.(1) com um dos sistemas (i) ou (ii) da alínea anterior. Em particular relacione  $K_0$  e  $\tau$  com as constantes indicadas na alínea anterior.

2.2) Determine os valores de  $K_0$  e  $\tau$  em função da resposta ao escalão nos instantes  $t = \tau$  e  $t \rightarrow +\infty$ . Indique uma forma experimental de estimar  $\tau$  dado o gráfico da resposta ao escalão,  $y(t)$ .

2.3) Mostre que  $\tau$  também pode ser estimado a partir de  $K_0$  e  $y(t_1)$  sendo  $t_1$  um instante de tempo qualquer conhecido.

3) Considere o sistema de controlo de velocidade em malha fechada com realimentação negativa representado na Figura 3. Admita para já que  $C(s) = K$  (controlador Proporcional). Calcule em função de  $K$ ,  $K_0$  e  $\tau$ : a constante de tempo e o erro em regime permanente (ou seja, o valor de  $e(+\infty)$ ) quando se aplica um escalão unitário em  $v_{ref}$  do sistema realimentado.

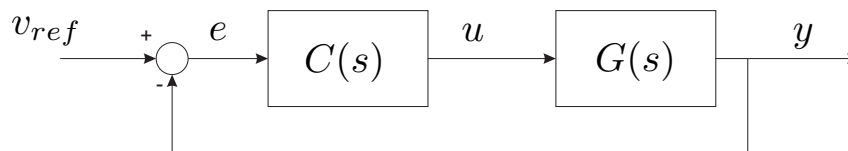


Figura 3: Diagrama de retroação para controlo de velocidade.

4) Considere agora que  $C(s)$  corresponde a um controlador Proporcional-Integral (PI), com função de transferência

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right).$$

4.1) Mostre que este controlador PI pode ser implementado pelo circuito da Figura 4, em que se admite a aproximação ideal para os AMPOPs. Indique expressões que permitam obter facilmente os valores das resistências  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ , e dos condensadores  $C_1$  e  $C_2$ , a partir dos valores  $K_p$  e  $T_i$  desejados.

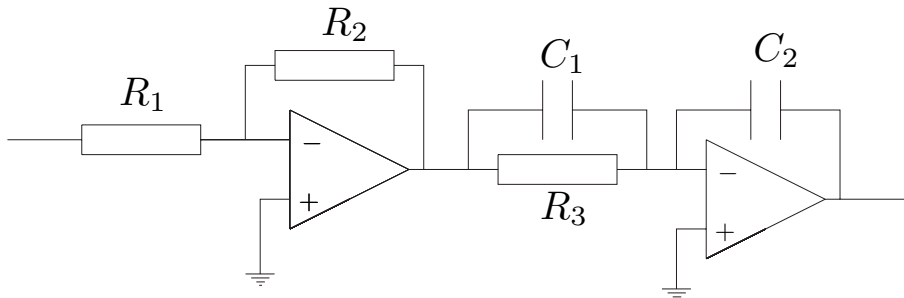


Figura 4: Montagem do controlador PI.

4.2) Admita que os pólos do sistema em cadeia fechada são dominantes, e calcule os seus valores numéricos de forma a que o sistema em cadeia fechada cumpra as seguintes especificações:

- Sobrelevação = 20%
- Tempo de pico = 20 ms

Justifique a seguinte afirmação: "o erro estático de posição é nulo para quaisquer  $K_p > 0$  e  $T_i > 0$ ".

5) Mantendo o controlador PI, considere que o sensor de velocidade tem dinâmica  $H(s)$  (ver figura 5). Calcule o erro  $e_2 = y - v_{ref}$  na resposta ao escalão em regime estacionário para os seguintes casos: i)  $H(s) = 0$ , ii)  $H(s) = 1.1$ , iii)  $H(s) = p/(s + p)$  onde  $p = 10/T_i$  ou  $p = 1/T_i$ . Comente a influência de  $H(s)$  sobre as especificações em regime permanente e transitórias indicadas na alínea IV.4).

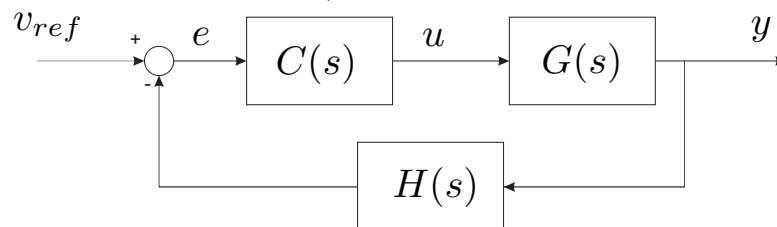


Figura 5: Diagrama de retroacção para controlo de velocidade. Ganho de retroacção não unitário.

## V – Trabalho a realizar durante a sessão de laboratório

- 1) Observe a resposta do sistema "amplificador de potência + motor + taquímetro" a um escalão (gerado pelo computador) com amplitude de 1V. Determine experimentalmente os parâmetros da função de transferência.
- 2) Utilizando o gerador de sinais, determine a resposta em frequência de amplitude (na banda de 5 a 500  $\text{rads}^{-1}$ ). Coloque os valores observados numa folha de papel semilogarítmico. Desenhe na folha de papel semilogarítmico as assíptotas da resposta em frequência de amplitude do sistema. Determine o valor da frequência de corte e do ganho estático. Compare os valores obtidos com os da resposta ao escalão da pergunta anterior e comente os resultados.
- 3) Implemente o sistema de controlo de velocidade com realimentação negativa e **controlador Proporcional** de acordo com o diagrama da Figura 6. A partir do valor da constante de tempo em cadeia aberta obtido em 1), calcule o valor de  $K$  de forma a que as constantes de tempo em cadeia fechada sejam de 10 ms. e 5 ms. Determine os correspondentes valores de resistências, observe e esboce as respostas ao escalão em cadeia fechada. Meça os parâmetros do sistema (incluindo o ganho estático) em cadeia fechada e compare-os com os valores esperados. Comente os resultados na globalidade.

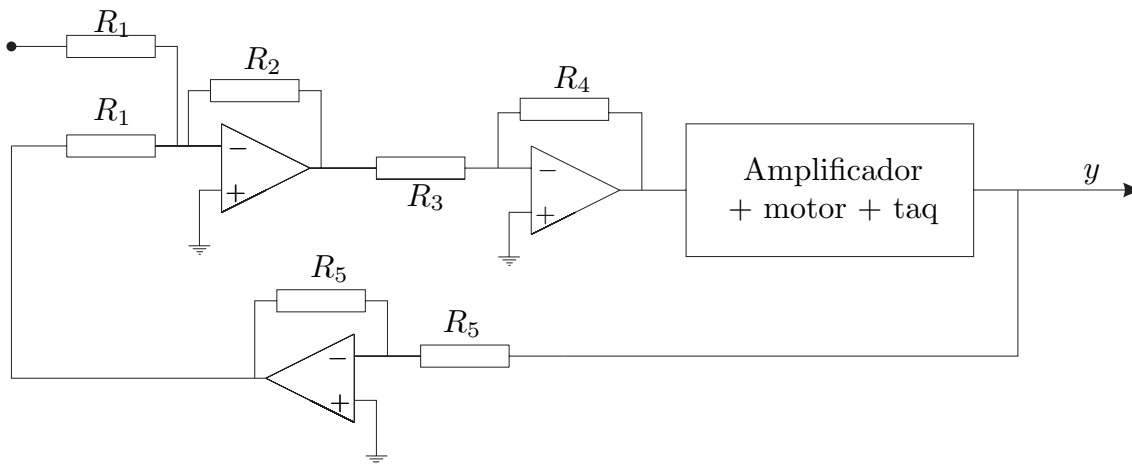


Figura 6: Montagem do circuito realimentado com o controlador proporcional.

- 4) Determine os valores das resistências e condensadores da montagem da Figura 4 de forma a satisfazer as especificações desejadas para a resposta ao escalão em cadeia fechada com o **controlador PI** a partir dos resultados obtidos em IV-4). Implemente o sistema em cadeia fechada, de acordo com o esquema da Figura 7. Observe e esboce as respostas ao escalão em cadeia fechada, e repita as experiências efectuadas modificando o valor de  $K_p$  para o dobro e para metade do valor original. Compare os resultados obtidos com os esperados, e comente-os.

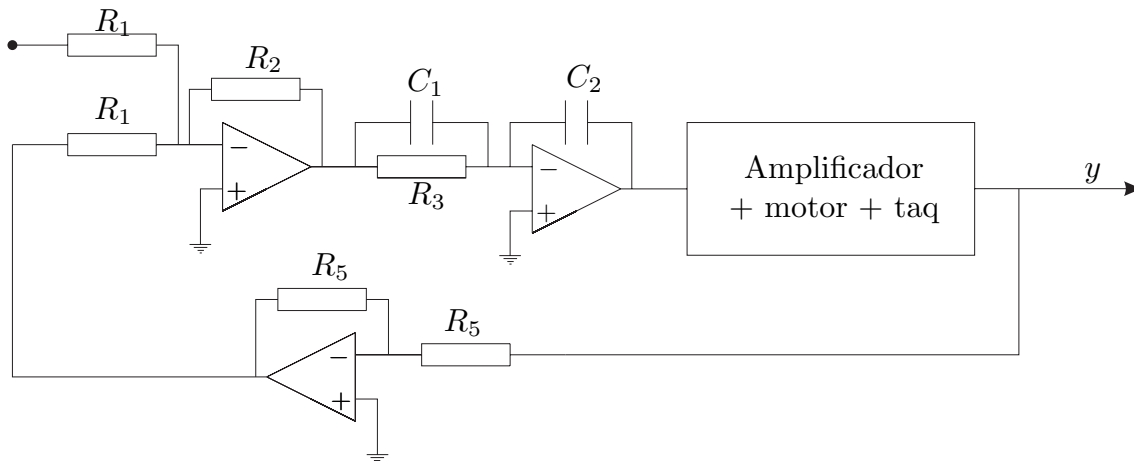


Figura 7: Montagem do circuito realimentado com o controlador PI.

5) Considerando o controlador PI dimensionado na alínea anterior, altere as leituras do taquímetro de duas formas:

5.1) Substitua a resistência  $R_5$  **que realimenta** o AmpOp pela série  $R_5 + 0.1 \times R_5$ . Observe a resposta ao escalão e comente os resultados obtidos. Sugira novos valores na amplificação do sinal de referência e no controlador ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $C_1$  e  $C_2$ ) de modo a obter uma resposta ao escalão unitário com regimes permanente e transitório iguais aos observados antes da alteração das leituras do taquímetro.

5.2) Modifique **ambas as resistências**  $R_5$  para  $47K\Omega$  e coloque em paralelo na realimentação do Ampop um condensador  $C = 0.1\mu F$ . Observe a resposta ao escalão e comente os resultados obtidos. Modifique ambas as resistências  $R_5$  para  $10K\Omega$  e observe de novo a resposta ao escalão. Comente a influência da largura de banda do sensor (taquímetro + amplificador) no desempenho do sistema.

## VI – Simulação de controlo PI de um motor DC

Em Matlab/Simulink, para realizar a simulação de controlo PI de um motor DC, começar por construir o diagrama de blocos da figura 8 e gravar com o nome "motor\_ctrl\_pi". As variáveis incluídas no diagrama de blocos,  $\tau$ ,  $K_0$ ,  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $H_n$ ,  $H_d$  e  $K_r$ , permitem variar facilmente parâmetros do sistema a partir do comando de linha do Matlab.

Na simulação devem ser usadas as constantes do controlador e do sistema "motor + amplificador + motor + taquímetro" identificadas e/ou calculadas no laboratório. Nos exemplos seguintes usa-se  $\tau = 22ms$ ,  $K_0 = 0.6$ ,  $K_p \in \{1, 2, 3\}$  e  $T_i = 0.005$  somente para mostrar o código completo em Matlab/Simulink.

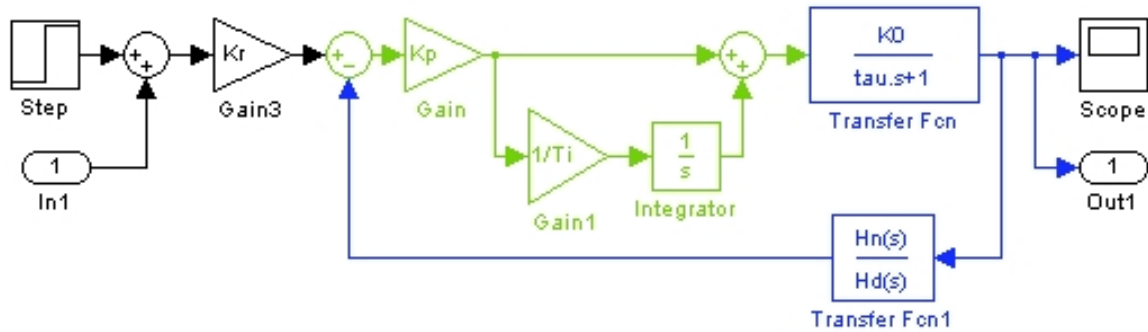


Figura 8: Diagrama Simulink de controlo PI de um motor DC.

1) (**Malha aberta**) Utilize os métodos propostos na preparação teórica para obter a constante de tempo,  $\tau$ , do sistema "motor + amplificador + motor + taquímetro". Em particular utilize o método proposto em IV.2.3 e comente a precisão da estimação de  $\tau$  em função do instante de tempo  $t_1$  considerando que existe ruído de quantificação no osciloscópio digital.

O código Matlab/Simulink seguinte simula a resposta ao escalão do sistema em malha aberta "motor + amplificador + motor + taquímetro" com ruído:

```
>> tau=22e-3; K0=0.6; Kp=1; Ti=inf; Hn=0; Hd=1; Kr=1;
>> [t,tmp,y]= sim('motor_ctrl_pi', [1 1.2]);
>> sat= inline('x+(a-x).*(x<a)+(b-x).*(x>b)', 'x', 'a', 'b');
>> t1=t-1; n= 0.005*rand(size(y)); y1= sat(y-n, min(y), max(y)); plot(t1,y1,'.-')
```

Nota: no cálculo de  $\tau$  pelo método proposto em IV.2.3, utilize os operadores  $"/$  e  $.*$  (em vez de  $/$  e  $*$ ) para realizar operações de divisão e multiplicação sobre os vectores de Matlab  $t1$  e  $y1$ .

2) (**Malha fechada: pólo adicional no sensor**) Considere que o sensor tem um pólo adicional  $s_p = -\frac{0.8}{T_i}$ . Aumente o valor do ganho do controlador  $K_p$  a partir do valor dimensionado anteriormente até o sistema em malha fechada exibir instabilidade. Repita a experiência para  $s_p = -\frac{1}{T_i}$  ou  $s_p = -\frac{10}{T_i}$ , e verifique que o aumento de ganho não torna o sistema instável. Justifique os resultados obtidos.

Matlab/Simulink: para adicionar um pólo em  $-0.8/T_i$ , basta definir  $H_n = 1$  e  $H_d = [T_i/0.8 \ 1]$ ; o ganho  $K_p$  é definido e alterado na linha de comando:

```
>> tau=22e-3; K0=0.6; Ti=0.005; Hn=1; Hd=[Ti/0.8 1]; Kr=1;
>> Kp= 2; [t,tmp,y]= sim('motor_ctrl_pi', [1 1.2]); plot(t,y)
>> Kp= 3; [t,tmp,y]= sim('motor_ctrl_pi', [1 1.2]); plot(t,y)
>> ...
```

Nota: A variação do valor de  $K_p$  pode ser feita automaticamente com um ciclo `for` e os gráficos sobrepostos com o comando `hold on`.