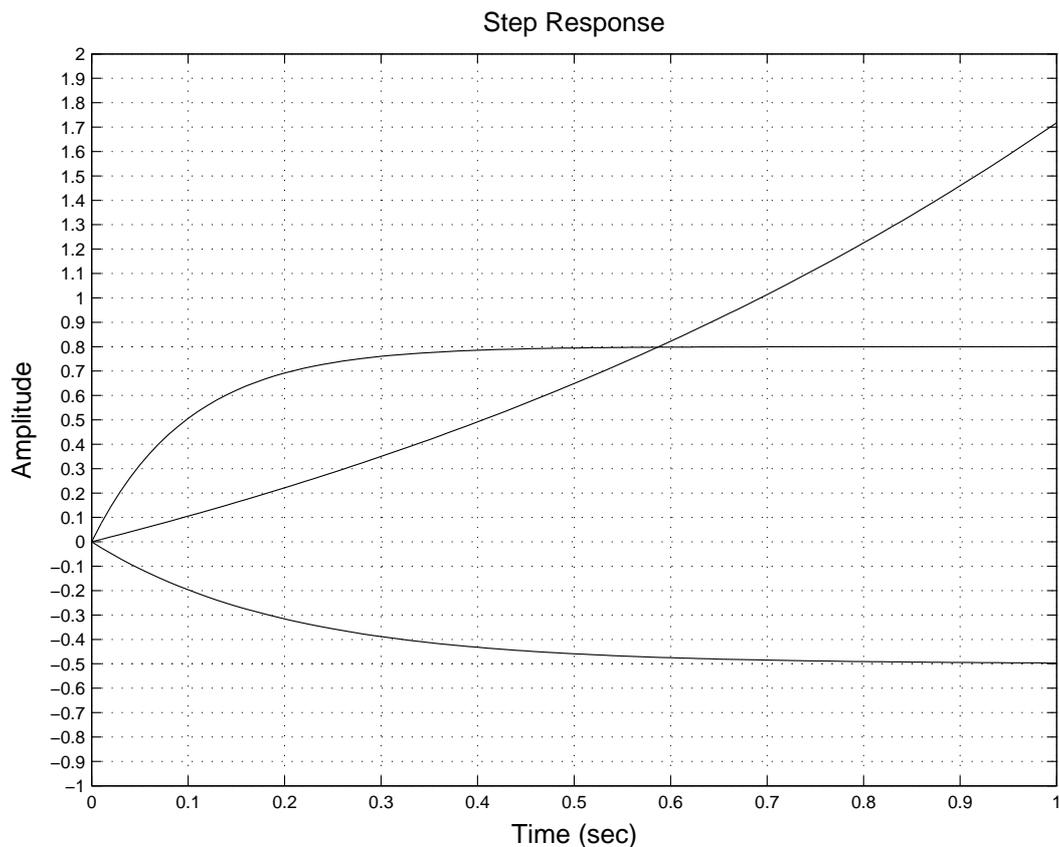


INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES  
CONTROLO

2ª Série (resposta no tempo)

- As questões assinaladas com \* serão abordadas na correspondente aula de apoio.
- Os alunos devem procurar resolver as referidas questões antes das aulas. Nas aulas de apoio, a discussão dos problemas vai ser feita a partir das dúvidas surgidas nas resoluções previamente feitas pelos alunos.
- Para o seu estudo individual sugere-se ainda que os alunos procurem resolver mais problemas que podem ser encontrados nos livros apontados na bibliografia recomendada da cadeira.

\* 1 A figura seguinte ilustra as respostas de três sistemas de 1ª ordem ao escalão unitário



Determine, aproximadamente, as funções de transferência dos sistemas em questão.

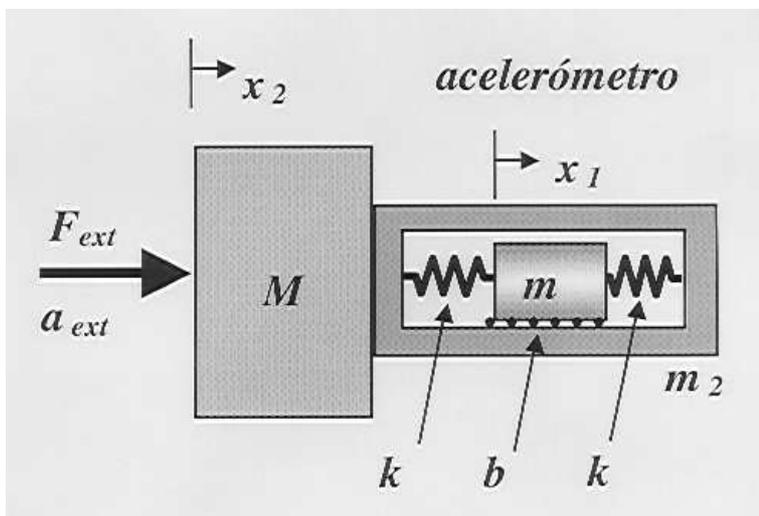
2. (N. S. Nise, "Control Systems Engineering", capítulo 4, problema 20) Para cada um dos sistemas de 2ª ordem abaixo, determine o factor de amortecimento, a frequência natural, o tempo de subida, o tempo de pico, o tempo de estabelecimento e a sobrelevação.

a) 
$$H(s) = \frac{121}{s^2 + 13.2s + 121}$$

b) 
$$H(s) = \frac{0.04}{s^2 + 0.02s + 0.04}$$

c) 
$$H(s) = \frac{1.05 \times 10^7}{s^2 + 1.6 \times 10^3s + 1.05 \times 10^7}$$

\* 3. Considere o acelerómetro inercial representado na figura seguinte



$k = \text{const. elasticidade} = 0.2N/m$   
 $b = \text{coef. atrito viscoso} = 0.034N/ms^{-1}$   
 $m = 2g$   
 $M \gg m, M \gg m_2$

- Escreva as equações da dinâmica. Descreva em particular o movimento da massa  $m$  em relação à massa  $M + m_2$ , i.e.,  $x = x_1 - x_2$ , em função da aceleração  $a_{ext}$ .
- Calcule a resposta do acelerómetro a uma entrada igual ao escalão unitário,  $a_{ext} = u(t)$ .
- Esboce a resposta calculada em b), calculando em particular o tempo de estabelecimento, o tempo de pico e a sobrelevação.
- Podendo alterar os valores dos parâmetros  $k$ ,  $b$  e  $m$ , como procederia para tornar mais rápido, em termos do tempo de estabelecimento, o acelerómetro? E para diminuir a sobrelevação? Em particular, dimensione os parâmetros referidos de modo a obter uma sobrelevação de 3% e um tempo de estabelecimento (a 2%) de 0.1 seg.

4. (N. S. Nise, “Control Systems Engineering”, capítulo 4, problema 30) Para as seguintes funções de transferência, determine se se podem fazer aproximações através de cancelamento de polos-zeros. Em caso afirmativo, determine a sobrelevação, o tempo de subida, o tempo de pico e o tempo de estabelecimento.

$$a) H(s) = \frac{s + 3}{s(s + 2)(s^2 + 3s + 10)}$$

$$b) H(s) = \frac{s + 2.5}{s(s + 2)(s^2 + 4s + 20)}$$

$$c) H(s) = \frac{s + 2.1}{s(s + 2)(s^2 + s + 5)}$$

$$d) H(s) = \frac{s + 2.01}{s(s + 2)(s^2 + 5s + 20)}$$

\* 5. (E. Morgado, Controlo-problemas, 1999) Considere um sistema representado pela seguinte função de transferência:

$$H(s) = \frac{5}{s^2 + 2s + 5}$$

a) Calcule a sua resposta ao escalão.

b) Calcule a resposta ao escalão dos sistemas representados pelas seguintes funções de transferência:

$$i) G_1(s) = \frac{1}{s+1}H(s)$$

$$ii) G_2(s) = \frac{10}{s+10}H(s)$$

$$iii) G_3(s) = \frac{10(s+9)}{9(s+10)}H(s)$$

$$iv) G_4(s) = (s + 1)H(s)$$

Simule cada uma das respostas no MATLAB. Comente os resultados obtidos sob o ponto de vista do efeito de pólos e zeros adicionais e do conceito de pólos dominantes.

\* 6. (E. Morgado, Controlo-problemas, 1999) Um sistema é representado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K}{(s + p)(s^2 + as + b)}$$

a) Represente no plano complexo a região onde devem situar-se os pólos dominantes para serem cumpridas as seguintes especificações da resposta ao escalão unitário:

- sobrelevação  $\leq 10\%$
- tempo de estabelecimento (5%)  $\leq 1$  seg
- valor final da resposta = 1

b) Para uma localização particular dos pólos no interior da região determinada em a), atribua valores aos parâmetros  $K, p, a, b$ , por forma a serem cumpridas as especificações.

## Soluções

1 -  $G_1(s) \approx \frac{8}{s+10}$ ,  $G_2(s) \approx \frac{-2,5}{s+5}$ ,  $G_3(s)$ : sistema instável

3 - a)  $\frac{X(s)}{A_{ext}(s)} = \frac{-1}{s^2+(b/m)s+(2k/m)} = \frac{-1}{s^2+17s+200}$ ; b)  $x(t) \approx [(-1/200) + 0,0063e^{-8,5t}\cos(11,3t - 0,65)]u(t)$ ;  
 c)  $t_s(5\%) \approx 0,35\text{seg}$ ,  $t_p \approx 0,28\text{seg}$ ,  $S = 0,094 \approx 9\%$ ; d) para pólos complexos,  $t_s \downarrow$  se  $b \uparrow$  ou/e  $m \downarrow$  ;  
 $S \downarrow$  se  $b \uparrow$  ou/e  $k \downarrow$  ou/e  $m \downarrow$ .

5- a)  $y(t) = [1 + 1,118e^{-t}\cos(2t + 153^\circ)]u(t)$ ;

b) i)  $y(t) = [1 - 1,25e^{-t} + 0,559e^{-t}\cos(2t + 63^\circ)]u(t)$ ;

ii)  $y(t) = [1 - 0,0588e^{-10t} + 1,213e^{-t}\cos(2t + 141^\circ)]u(t)$ ;

iii)  $y(t) = [1 - 0,0065e^{-10t} + 1,075e^{-t}\cos(2t + 154^\circ)]u(t)$ ;

iv)  $y(t) = [1 + 2,236e^{-t}\cos(2t - 117^\circ)]u(t)$

