

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES  
CONTROLO

5ª Série  
(controlo digital, análise e projecto no plano-z)

- As questões assinaladas com \* serão abordadas na correspondente aula de apoio.
- Os alunos devem procurar resolver as referidas questões antes das aulas. Nas aulas de apoio, a discussão dos problemas vai ser feita a partir das dúvidas surgidas nas resoluções previamente feitas pelos alunos.
- Para o seu estudo individual sugere-se ainda que os alunos procurem resolver mais problemas que podem ser encontrados nos livros apontados na bibliografia recomendada da cadeira.

\* 1. Entre os polos da transformada de Laplace de um sinal  $x(t)$  e os polos da transformada-Z do sinal resultante da amostragem numérica  $x(kT)$ , existe a relação  $z = e^{sT}$  em que  $T$  é o período de amostragem. Supondo que  $x(kT)$  representa a componente transitória da resposta de um sistema de 2ª ordem, represente no plano-z o lugar geométrico dos polos correspondentes a cada uma das seguintes condições:

- i) tempo de estabelecimento constante.
- ii) frequência das oscilações amortecidas constante.
- iii) factor de amortecimento constante.

2. Seja o sistema causal contínuo com função de transferência  $G(s) = 1/s$ .

- a) Determine a função de transferência  $G_d(z)$  do equivalente discreto do sistema  $G(s)$ , precedido por um *zero-order hold*.
- b) Considere o sistema discreto realimentado da figura 1. Indique, em função do intervalo de amostragem  $T$ , os valores de  $K$  para os quais o sistema é estável. Trace o *root-locus*. Compare com o que aconteceria no caso contínuo.

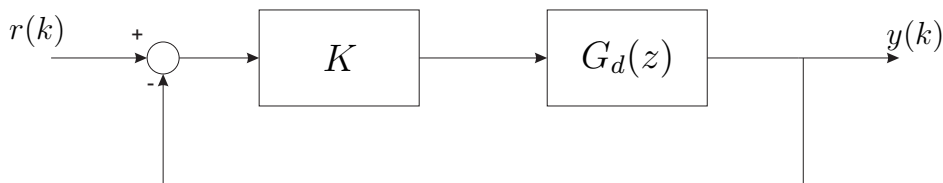


Figure 1: Sistema discreto realimentado.

- c) Considere  $T = 1$ . Determine e esboce a resposta ao escalão unitário do sistema discreto realimentado da figura 1 para  $K = 0.5$ ,  $K = 1$ ,  $K = 1.5$  e  $K = 5$ .

\* 3. (E. Morgado, Controlo, 2002) - Seja o sistema representado na Fig. em que se realiza controlo digital por computador.

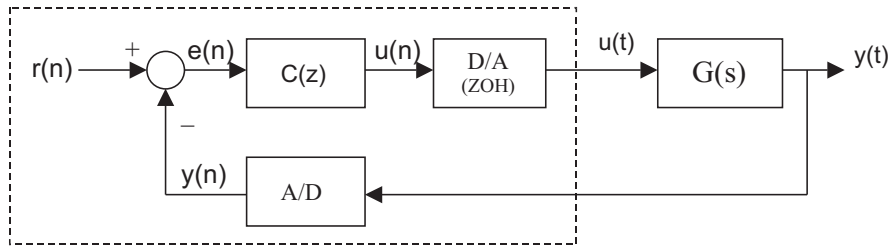


Figure 2:

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

Pretende-se que:

- i) na resposta ao escalão, o regime transitório da saída  $y(t)$  seja caracterizado por:
  - coeficiente de amortecimento  $\xi = 0.456$  ( $S\% = 20\%$ )
  - tempo de estabelecimento ( $5\%$ ) = 3 seg.
- ii) na resposta à rampa, erro nulo em regime permanente.

Dimensione um controlador digital com acção Proporcional-Integral e indique a correspondente equação às diferenças a implementar no computador de modo a tentar satisfazer aquelas especificações. Utilize os seguintes métodos alternativos:

- a) Projecto do controlador PI no plano-z, precedido da discretização da parte contínua do sistema (Projecto Directo). Considere para função de transferência do controlador:  $C(z) = K_P + K_I \frac{Tz}{z-1}$  (termo integral obtido pela *backward rectangular rule*). Faça  $T = 0,2$  seg..
- b) Projecto do controlador PI no plano-s, seguido de discretização do controlador (Projecto por Emulação). Utilize o método da transformação bi-linear e justifique a escolha do período de amostragem.

Para cada caso comente sobre a realizabilidade do algoritmo de controlo em tempo real e a possível conveniência da introdução de um atraso unitário.

Avalie os resultados obtidos através da simulação em MATLAB.

### Soluções

- 1 - i) circunferência  $|z| = e^{-\xi\omega_n T}$ ; ii) radial  $\arg\{z\} = \omega_d T$ ; iii) espiral logarítmica.
- 2 - a)  $G_d(z) = (1 - z^{-1})Z\{G(s)/s\} = T/(z - 1)$ ; b) estável sse  $0 < K < 2/T$ .
- 3 - a)  $G(z) = T/(z - 1)$ ,  $z_{1,2} = 0,75 \pm j0,32$ ,  $C(z) = 2,5.(z - 0,67)/(z - 1)$ , c/ atraso:  $C(z) = 2,1.(z - 0,79)/z(z - 1)$ , simulação conduzirá a reajuste dos parâmetros de  $C(z)$ .
- b)  $s_{1,2} = -1 \pm j2$ ,  $C(s) = 2.(s + 2,5)/s$ ,  $\omega_{LB} \approx 4rad/s$ ,  $\omega_s \geq 20.\omega_{LB}$ ,  $T \sim 0,05seg$ ,  $C(z) = 2,13.(z - 0,88)/(z - 1)$ , simulação conduzirá a reajuste dos parâmetros de  $C(z)$ .