INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

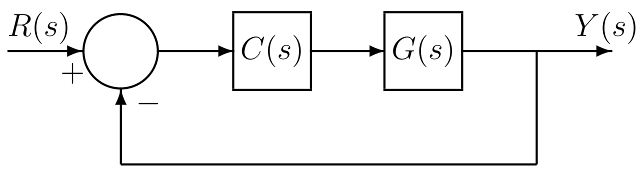
ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

CONTROLO

8^a Série
(projecto no domínio da frequência)

- **As questões assinaladas com * serão abordadas na correspondente aula de apoio.**
- **Os alunos devem procurar resolver as referidas questões antes das aulas. Nas aulas de apoio, a discussão dos problemas vai ser feita a partir das dúvidas surgidas nas resoluções previamente feitas pelos alunos.**
- **Para o seu estudo individual sugere-se ainda que os alunos procurem resolver mais problemas que podem ser encontrados nos livros apontados na bibliografia recomendada da cadeira.**

1. (Adaptado de N. S. Nise, "Control Systems Engineering", capítulo 11, problema 8) Considere o sistema da figura



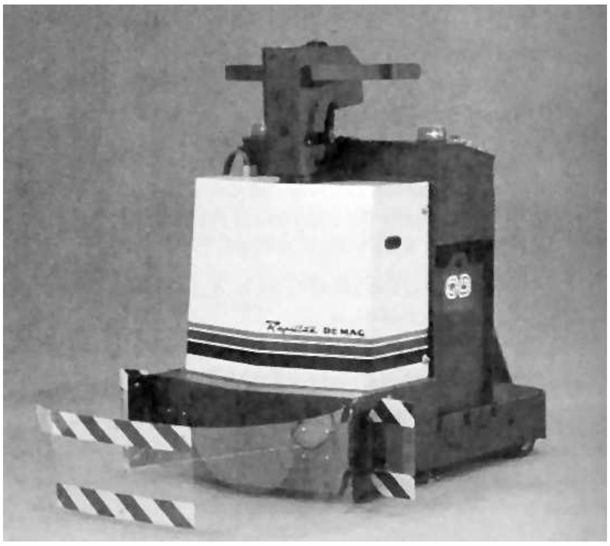
onde

$$G(s) = \frac{K(s+4)}{(s+2)(s+6)(s+8)}$$

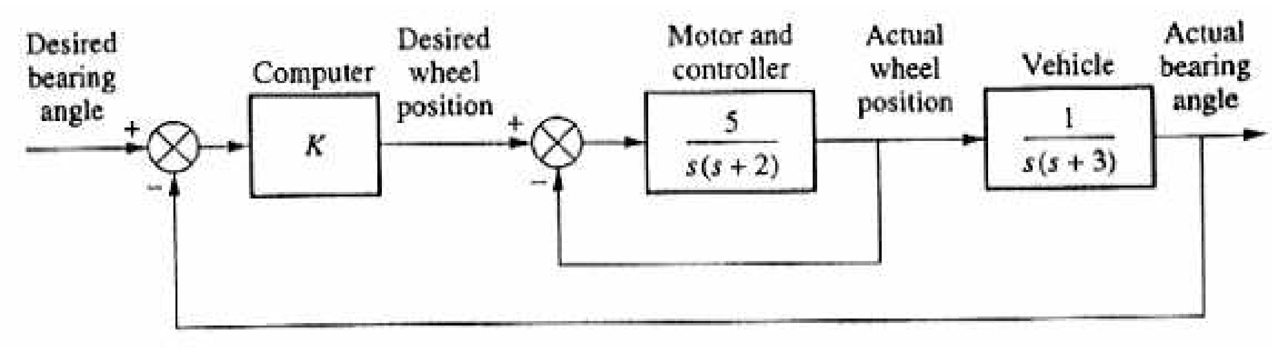
Dimensione um compensador $C(s)$ de modo a que o sistema tenha:

- Margem de fase de 45^0.
- Constante de erro estático de posição $K_p = 100$.

2. (Adaptado de N. S. Nise, "Control Systems Engineering", capítulo 11, problema 25) Veículos autónomos como o ilustrado na figura seguinte são usados em fábricas para transporte de materiais.



Uma técnica de projecto deste tipo de veículos consiste em embeber no soalho um fio condutor eléctrico para orientar o veículo. Outra técnica usa um computador a bordo e um sistema de "laser scan". Neste caso, o sistema de navegação determina a posição angular detectando dispositivos com códigos de barras localizados em pontos conhecidos. Este sistema permite fazer o veículo deslocar-se através de diversos tipos de ambiente, incluindo entre edifícios. A figura seguinte ilustra um diagrama de blocos simplificado do sistema de controlo de orientação:



De modo a ter uma sobreelevaçao de 11%, faz-se $K = 2$. Utilizando técnicas de resposta em frequência, dimensione um compensador de fase de modo a melhorar o erro em regime estacionário de um factor de 30.

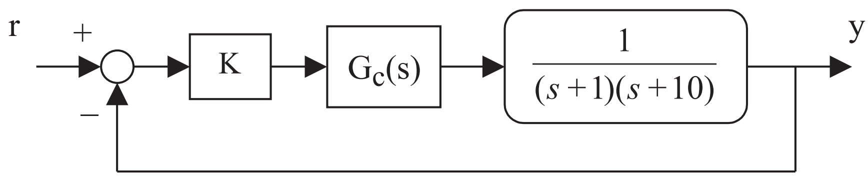
3. (G.F. Franklin, J.D. Powell, A.E-Naeini, Feedback Control of Dynamic Systems, Prentice Hall, problema 6.50) Um motor d.c. em que a indutância da armadura é desprezável é usado num sistema de controlo de posição. A função de transferência da malha aberta é:

$$G(s) = \frac{50}{s[(s/5)+1]}$$

a) Projecte um compensador apoiando-se no diagrama de Bode de modo a que o sistema em malha fechada satisfaça as seguintes especificações:
i. erro em regime permanente a uma entrada rampa unitária menor que 1/200.
ii. resposta a um escalão com sobre-elevação menor que 20%.
iii. largura de banda do sistema compensado não inferior à do sistema não compensado.

b) Verifique e/ou refine o seu projecto utilizando o MATLAB incluindo um cálculo directo da sobre-elevação na resposta ao escalão.

* **4.** (E. Morgado, Controlo-problemas, 1999) Considere o sistema da figura seguinte:



O compensador $G_c(s)$ tem uma função de transferência da forma:

$$G_c(s) = \frac{1}{\gamma}\,\frac{(s+1/T)}{(s+1/\gamma\, T)}$$

Pretende-se que o sistema em cadeia fechada cumpra as seguintes especificações:

- Erro em regime permanente para a entrada escalão $\leq 1\%$
- Margem de fase $= 45^o$

Nestas condições,

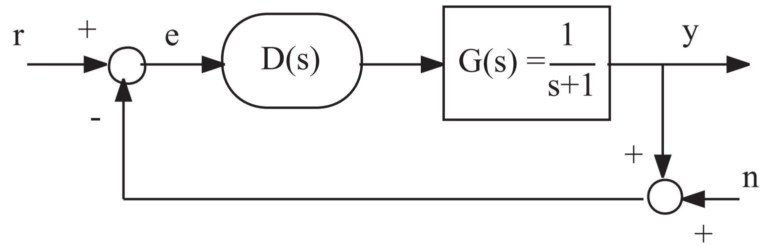
a) Calcule o valor de K para obter um erro estático de posição $\leq 1\%$.

b) Dimensione um compensador $G_c(s)$ de *avanço de fase* por forma a obter uma margem de fase de 45^o.

c) Dimensione um compensador $G_c(s)$ de *atraso de fase* por forma a obter uma margem de fase de 45^o.

d) Comente as diferenças esperadas no comportamento dinâmico dos sistemas obtidos em b) e c). Observe as correspondentes respostas ao escalão utilizando o MATLAB.

5. (E. Morgado, Controlo-problemas, 1999) Considere o sistema de controlo representado na figura seguinte



onde $r(t)$ é o sinal de referência, que se encontra limitado à banda de frequências $[0, 1]$ (rad/s) e $n(t)$ representa ruído introduzido pelos sensores, cujo espectro de potência se situa essencialmente na gama de frequências $\omega > 1000$ rad/s.

a) Determine as funções de transferência $E(s)/R(s)$ e $Y(s)/N(s)$.

b) Pretende-se projectar um controlador $D(s)$ de forma a cumprir as seguintes especificações:

   – sistema estável
   – erro de seguimento na banda de referência inferior a 1%.
   – rejeição do ruído dos sensores superior a 40dB (ganho inferior a -40dB).

   Estabeleça, de uma forma aproximada, as condições a impôr ao "ganho de malha" $D(s)G(s)$ no domínio da frequência, de forma a que aquelas especificações sejam cumpridas.

c) Represente o diagrama de Bode de $G(s)$. Projecte um controlador com uma função de transferência da forma

$$D(s) = \frac{K\ 10^n}{(s+10)^n}$$

   de modo a que as especificações sejam cumpridas.

d) Analise a estabilidade relativa do sistema em malha fechada para o dimensionamento efectuado em c), determinando a Margem de Fase.

e) No sentido de melhorar a robustez de estabilidade (i.e. aumentar a M. de Fase), ensaie o dimensionamento de controladores alternativos da forma:

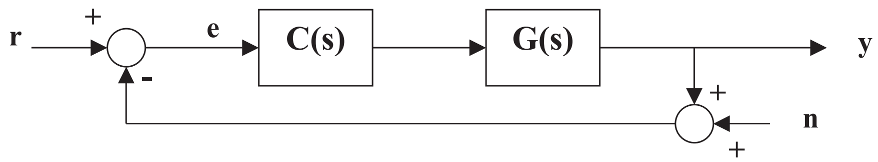
   i)
$$D(s) = \frac{K}{a}\frac{(s+a)}{(s+1)}$$

   ii)
$$D(s) = \frac{Kb}{a}\frac{s+a}{(s+1)(s+b)}$$

   Para cada um dos casos i) e ii), determine a correspondente Margem de Fase, e relacione-a com o declive do diagrama de Bode de amplitude na vizinhança de 0 dB (Teorema de Bode).

f) Usando *software* de simulação, obtenha a resposta na frequência e a resposta ao escalão do sistema em malha fechada para cada um dos três casos atrás dimensionados.

* **6.** (Controlo - Exame 2002) Projecto por moldagem do ganho de malha: Considere o sistema de controlo da figura seguinte, onde $G(s)$ representa o sistema a controlar, $C(s)$ é um controlador, e r, n e y representam respectivamente a entrada de referência, o ruído no sensor e a saída do sistema.



Seja:

$$G(s) = \frac{s+100}{s+1}$$

Determine um controlador $C(s)$ tal que o sistema em malha fechada cumpra simultâneamente as seguintes especificações:

1. O sistema em malha fechada é estável.
2. Erro em regime permanente nulo para uma entrada r escalão unitário.
3. Erro em regime permanente inferior a 0.1 para uma entrada r rampa unitária.
4. Seguimento de sinais de referência r na gama de frequências [0 ; 0.1] rad/s com erro menor ou igual a -60dB.
5. O ruído n no sensor na gama de frequências superior a 100 rad/s é atenuado pelo menos 20dB (ganho de -20dB).
6. Margem de fase superior a 40^o.

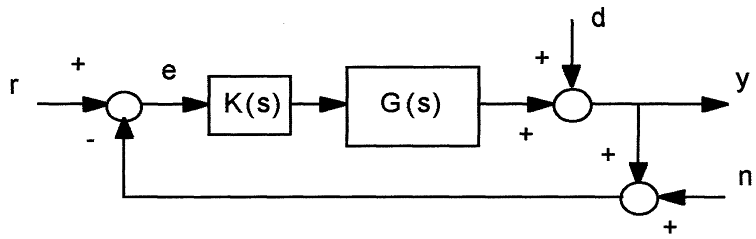
Justifique detalhadamente as condições a impor ao "ganho de malha" e a escolha do controlador.
Trace as aproximações assimptóticas do diagrama de Bode (amplitude e fase) correspondente a $C(s)G(s)$.
Confirme a estabilidade do sistema utilizando o critério de Nyquist.

Nota: por simplicidade, baseie o projecto nas aproximações assimptóticas.

7. (E. Morgado, Controlo de Sistemas Dinâmicos, 2006) Projecto por moldagem do ganho de malha: sistema de *fase não-mínima*, instável em malha aberta.

Considere o sistema representado pelo diagrama de blocos da fig. em que:

$$G(s) = \frac{1}{s-10}$$



Dimensione um compensador $K(s)$ por forma a serem cumpridas as seguintes **especificações**:

i) erro em regime permanente nulo para um escalão na referência r.
ii) efeito da perturbação d sobre a saída y *atenuado* de pelo menos 40 dB (ganho de -40 dB) na gama de frequências $[0, 1] rad/s$.
iii) efeito do ruído n do sensor sobre a saída y na gama de frequências superior a 1000 rad/s *atenuado* de pelo menos 20 dB (ganho de -20 dB).
iv) Margem de fase superior a 45^o.
v) sistema estável em malha fechada.

Justifique as condições a impor ao "ganho de malha" e a escolha do controlador.
Trace as aproximações assimptóticas do diagrama de Bode (amplitude e fase) correspondente a $K(s)G(s)$.
Confirme a estabilidade do sistema utilizando o critério de Nyquist.

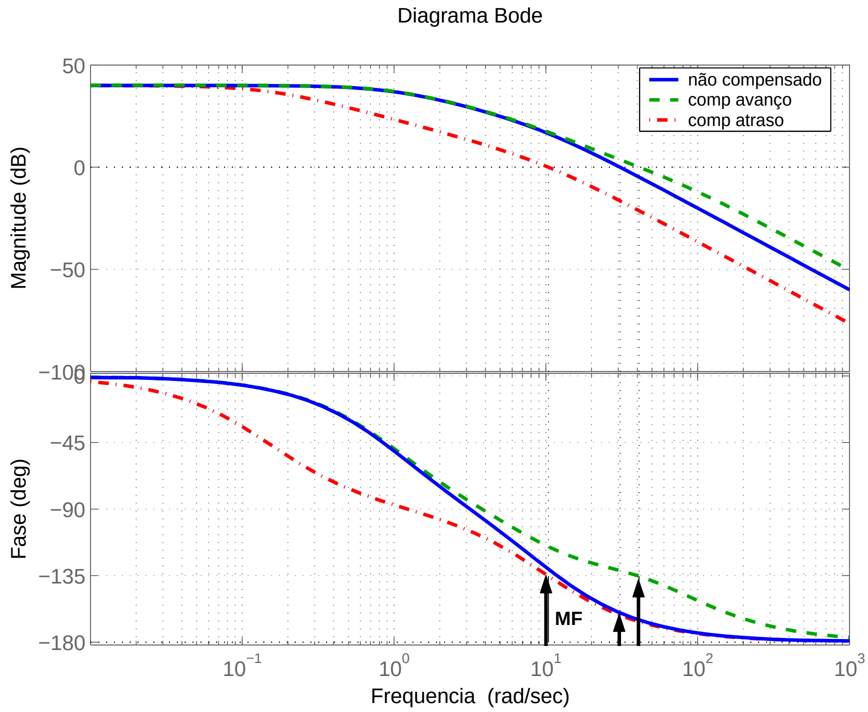
Sugestão: Considere o controlador composto pelos seguintes termos:

$$K(s) = \overline{K}\widetilde{K}_1(s)\widetilde{K}_2(s) \qquad com \qquad \widetilde{K}_1(s) = 1/s \quad e \quad \widetilde{K}_2(0) = 1$$

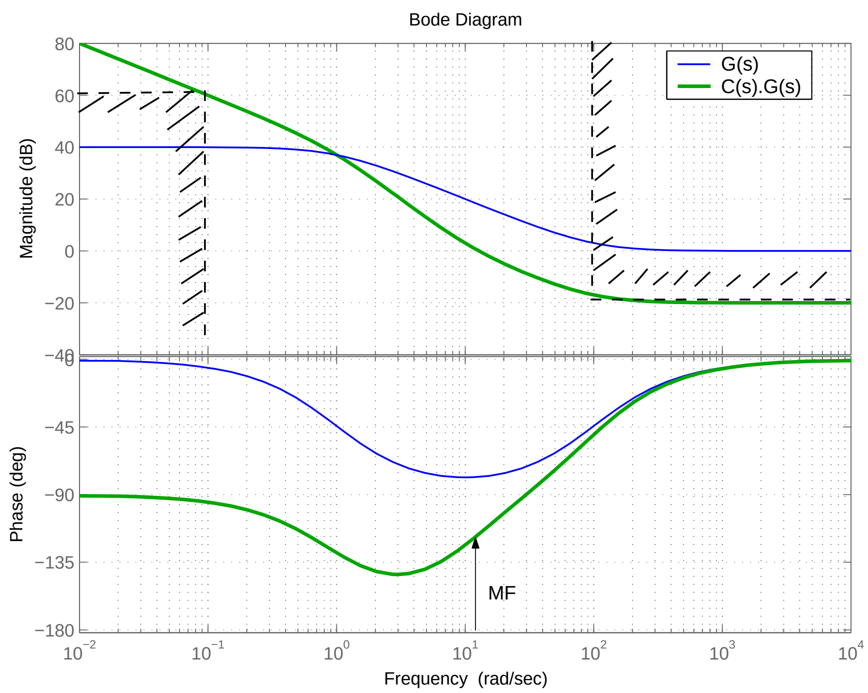
Soluções

3 - a) i) $C(0) > 4$; ii) $\xi > 0,456 \rightarrow MF >\sim 46^o$; iii) compensador de avanço de fase.

4 - a) $K \geq 990$, tome-se $K = 1000$; b) $\gamma \sim 1/3$, $G_c(s) \sim 3.(s+24)/(s+71)$; c) $\gamma \sim 6,8$, $G_c(s) \sim 0,15.(s+1)/(s+0,15)$.



6 - $C(s) \sim 0,1.(s+10)/s$.



7 - $K(s) = \overline{K}\widetilde{K_1}(s)\widetilde{K_2}(s) \approx 10^3 . \frac{1}{s} . \frac{s+10}{10} = \frac{10^2(s+10)}{s}$

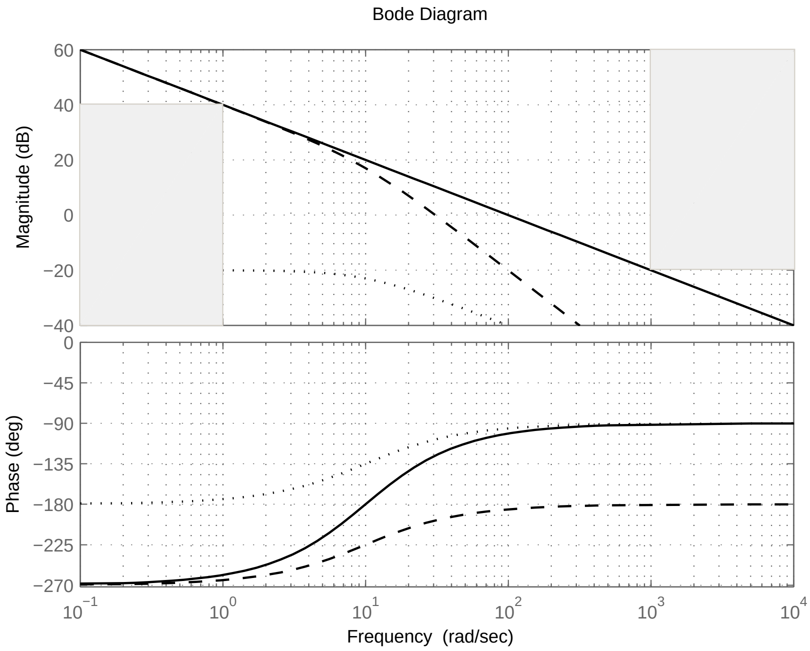


Figure 1: ..... $G(j\omega)$; $---\overline{K}\widetilde{K_1}(j\omega)G(j\omega)$; —— $\overline{K}\widetilde{K_1}(j\omega)\widetilde{K_2}(j\omega)G(j\omega)$

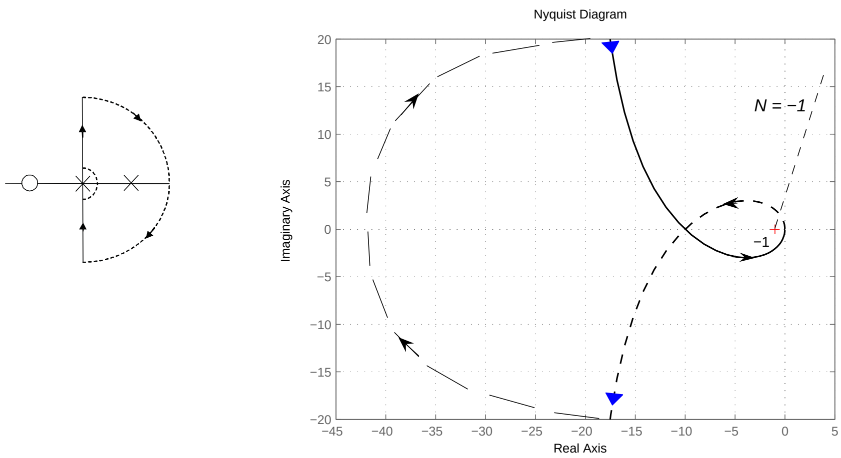


Figure 2: Contorno e Diagrama de Nyquist do sistema compensado com $K(s) = \frac{10^2(s+10)}{s}$