

***O ciclo***

***Predição-Emparelhamento-Filtragem  
na Localização de Robots Móveis***

**Maria Isabel Ribeiro**

**Outubro de 1999**

# Sumário

---

- **Navegação e Localização**
- **Classificação de técnicas de localização**
- **A odometria**
- **Ciclo predição-emparelhamento filtragem**
  - ◆ Predição
  - ◆ Emparelhamento
  - ◆ Filtragem
- **Resultados Experimentais**
  - ◆ com sonar
  - ◆ com laser
- **Conclusões**



# Navegação

---

- **Três perguntas fundamentais:**
  - ◆ Onde estou ?
  - ◆ Para onde vou?
  - ◆ Como chego lá?



# Navegação

---

## ■ Onde estou?

## LOCALIZAÇÃO

- ◆ Como posso determinar onde estou (posição e orientação), com base naquilo de que me apercebo do mundo e do conhecimento que me transmitiram à partida?

## ■ Para onde vou?

- ◆ É função da tarefa atribuída.

## ■ Como chego lá?

- ◆ Planeamento e seguimento de trajectórias, detecção e contorno de obstáculos.



# Classificação de Métodos de Localização

## ■ Localização com Medidas Relativas

- ◆ Odometria
- ◆ Navegação Inercial

} Dead-Reckoning

## ■ Localização com Medidas Absolutas

- ◆ Faróis activos
- ◆ Reconhecimento de marcas artificiais
- ◆ Reconhecimento de marcas naturais
- ◆ Emparelhamento com o modelo

## ■ Localização com Medidas Relativas + Medidas Absolutas



# Odometria

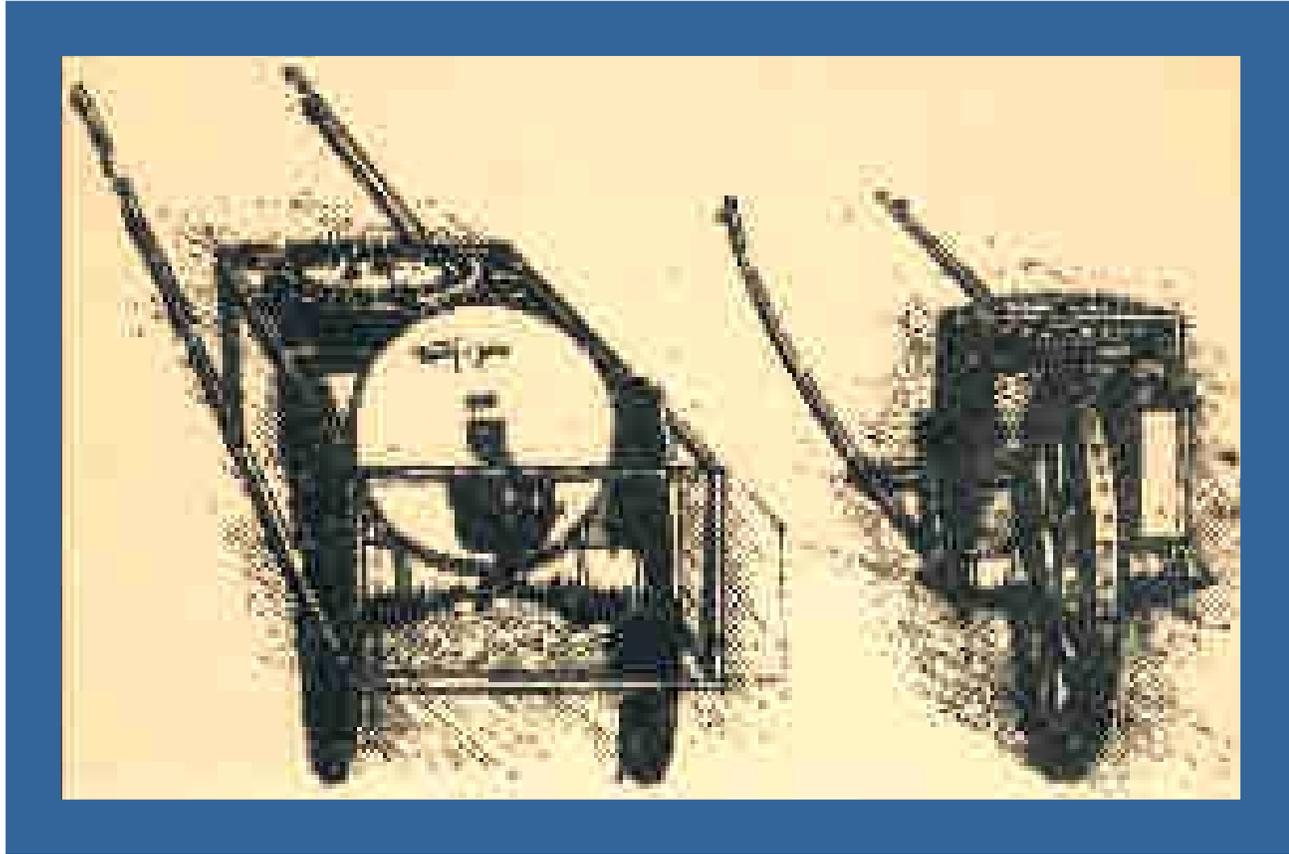
---

- **Determinação da localização do robot móvel através da observação e integração consecutiva do movimento das rodas**
- **ODÓMETROS** - Instrumentos que medem a distância percorrida por veículos.
  - ◆ **Encoders** - sensores mais usuais
- **Vitruvius** descreveu o conceito no séc. 1 ac.
- **Leonardo da Vinci** (1500) construi um aparato que usava pedras para calcular a distância percorrida.



# O odómetro de Leonardo da Vinci

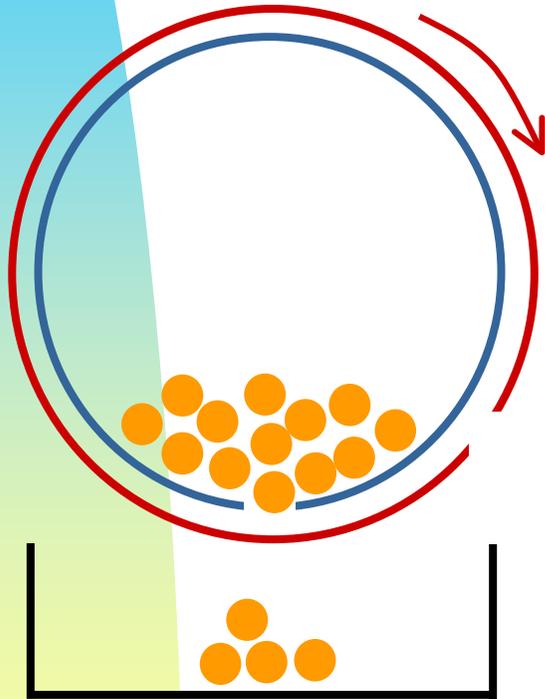
---



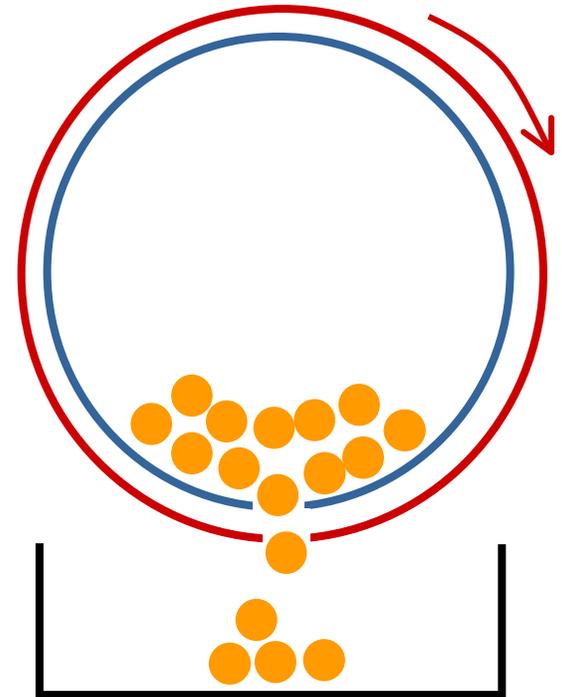
- Codex Atlanticus - Biblioteca Ambrosiana - Roma, Itália



# O odómetro de Leonardo da Vinci



- **Contêntor**, fixo à estrutura do veículo, cheio com **pedras** e com um orifício na parte inferior.
- A rotação de uma das rodas faz rodar um **tambor** em torno do contêntor.
- Tambor tem um orifício do mesmo tamanho do existente no contêntor.
- Depois de um certo número de rotações da roda, os dois orifícios coincidem e uma pedra cai, sendo recolhida numa **caixa**.
- O número de pedras recolhidas na caixa num intervalo de tempo permite estimar a distância percorrida.



# Fontes de erro na odometria

Integração de informação sobre **movimentos incrementais**  **acumulação de erros**

## ■ Erros sistemáticos

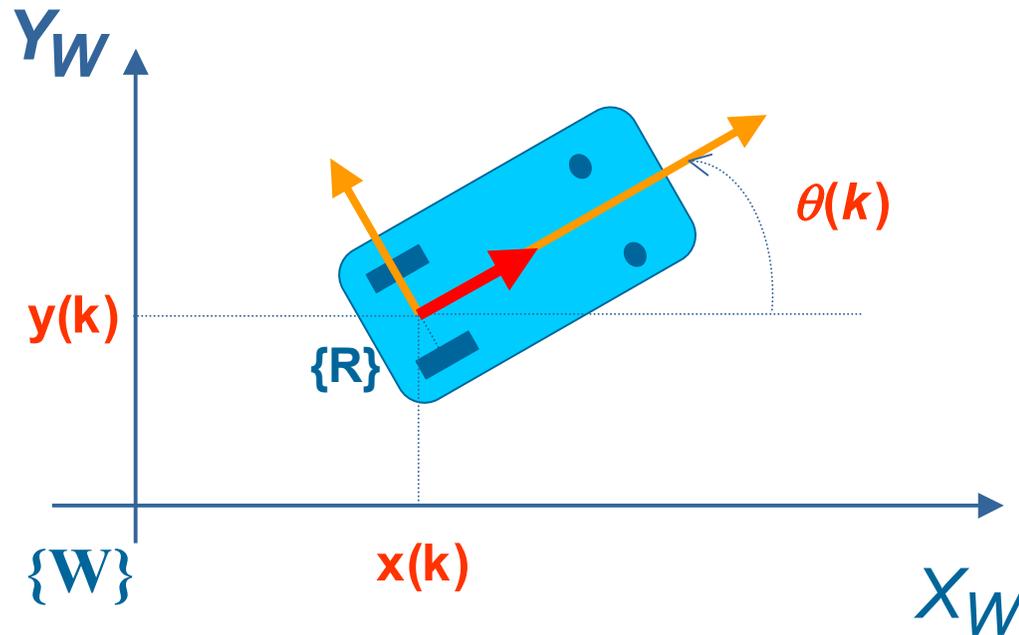
- ◆ são característicos do robot e/ou dos sensores
  - ☞ desigual diâmetro ou desalinhamento das rodas,
  - ☞ diâmetro das rodas diferente do valor nominal,
  - ☞ incerteza sobre o ponto de contacto da roda

## ■ Erros não sistemáticos

- ◆ são característicos da relação do robot com o ambiente
  - ☞ movimento sobre solos não uniformes (rugosos),
  - ☞ movimento sobre obstáculos inesperados no solo,
  - ☞ escorregamento das rodas
    - solo escorregadio
    - grandes acelerações do veículo
    - rotações rápidas



# NOTAÇÃO



$$X(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix}$$

posição  
e  
orientação

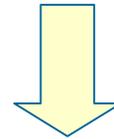
- A localização refere-se ao ponto médio do eixo entre as duas rodas motoras
- Eixo com comprimento  $L$



# Modelo da odometria

- **Descreve a evolução temporal da localização do robot móvel como função de**
  - ◆ entrada  $U(k)$ ,
  - ◆ fonte de ruído -  $v(k)$  (deformações e escorregamento das rodas, vibrações,...)

$$X(k + 1) = f(X(k), U(k)) + v(k)$$



$$U(k) = [\Delta D(k) \quad \Delta \theta(k)]^T$$

- ◆  $\Delta D(k)$  - distância percorrida pela origem do referencial do robot no intervalo  $[t_k, t_{k+1}]$
- ◆  $\Delta \theta(k)$  - variação da orientação no mesmo intervalo



# Estimativa da Localização por Odometria

## ■ Dados:

- ◆ Modelo do sistema  $\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{X}(k), \Delta\mathbf{D}(k), \Delta\theta(k)) + \mathbf{v}(k)$
- ◆ Estimativa da localização no instante k  $\hat{\mathbf{X}}(k)$
- ◆ Incerteza associada  $\Sigma_{\mathbf{X}}(k)$
- ◆ Leituras de odometria (estimativas)  $\Delta\hat{\mathbf{D}}(k), \Delta\hat{\theta}(k)$
- ◆ Caracterização do erro  $\mathbf{Q}(k)$

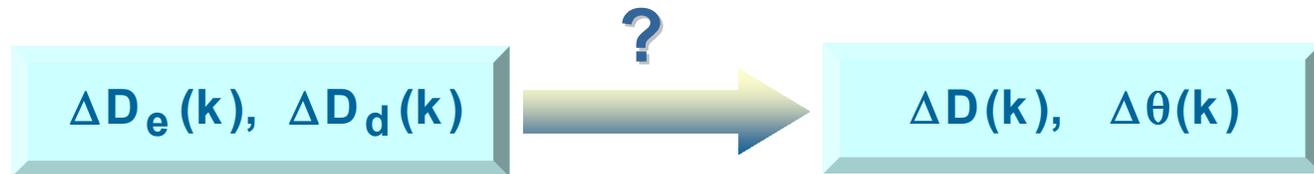
## ■ Pergunta:

- ◆ qual é a estimativa da localização no instante k+1?  $\hat{\mathbf{X}}(k+1)$
- ◆ qual é a incerteza associada?  $\Sigma_{\mathbf{X}}(k+1)$



# Estimativa da Localização por Odometria

- ◆ Dadas as leituras dos odómetros  $\Delta D_e(k)$ ,  $\Delta D_d(k)$



$$\begin{cases} \Delta D(k) = \frac{\Delta D_d(k) + \Delta D_e(k)}{2} \\ \Delta\theta(k) = \frac{\Delta D_d(k) - \Delta D_e(k)}{L} \end{cases}$$

- ◆ Quais são as características do ruído de estado?

$$\mathbf{v}(k) \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}(k))$$

$$\mathbf{Q}(k) = \begin{bmatrix} Q_1(k) & 0 & 0 \\ 0 & Q_2(k) & 0 \\ 0 & 0 & Q_3(k) \end{bmatrix}$$

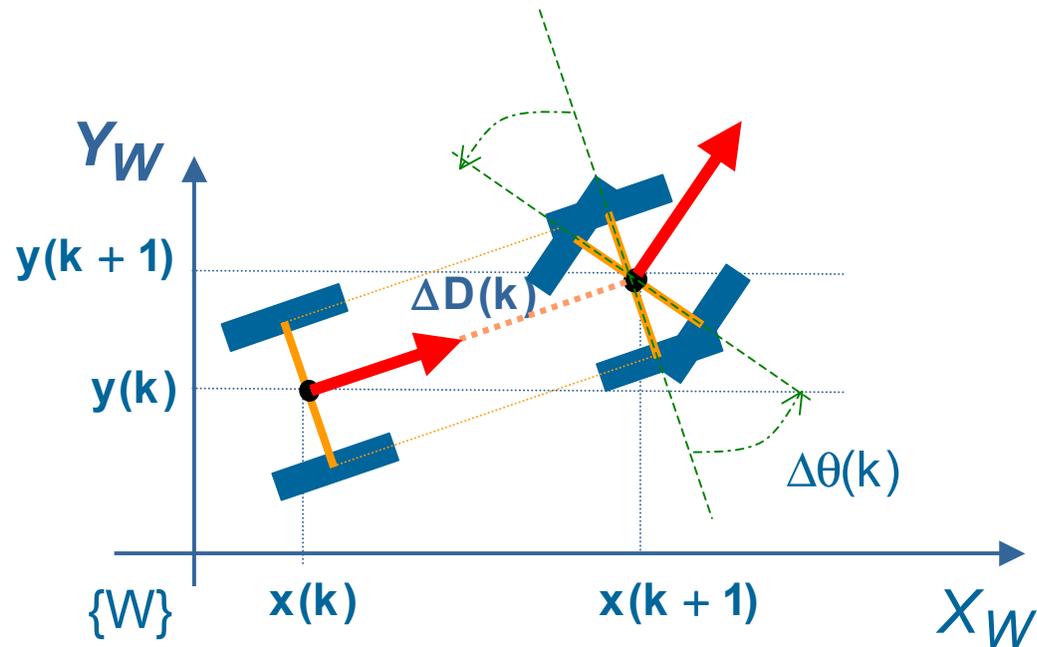
- ◆ O que é a função  $f(\cdot)$ ?

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{X}(k), \Delta D(k), \Delta\theta(k)) + \mathbf{v}(k)$$



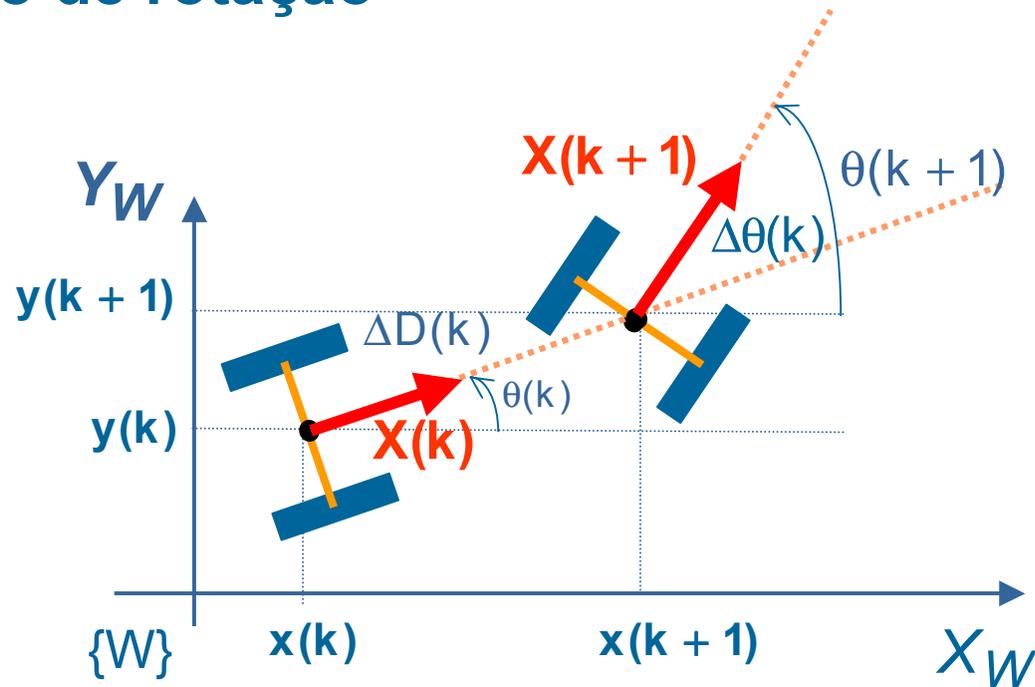
# $f(\cdot)$ - Hipóteses simplificativas

- **TRANSLAÇÃO** seguida de uma **ROTAÇÃO** sobre o eixo de rotação



# f(.)-Hipótese simplificativa

- **TRANSLAÇÃO** seguida de uma **ROTAÇÃO** sobre o eixo de rotação



$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k) + \Delta D(k) \cos(\theta(k)) \\ y(k) + \Delta D(k) \sin(\theta(k)) \\ \theta(k) + \Delta\theta(k) \end{bmatrix} + v(k)$$

$$f(X(k), \Delta D(k), \Delta\theta(k))$$



# Estimativa no instante k+1

## ■ Estimativa

$$\hat{X}(k+1) = f(\hat{X}(k), \Delta \hat{D}(k), \Delta \hat{\theta}(k))$$

## ■ Incerteza - matriz de covariância (com aproximações e hipóteses subjacentes)

- ◆ Expansão de  $f(X(k), \Delta D, \Delta \theta)$  em série de Taylor em torno de  $\hat{X}(k), \Delta \hat{D}(k), \Delta \hat{\theta}(k)$
- ◆ Desprezando termos de ordem superior
- ◆  $X(k), \Delta D$  e  $\Delta \theta$  são incorrelacionados

$$\Sigma_X(k+1) \cong \frac{dF}{dX} \Sigma_X(k) \frac{dF^T}{dX} + Q(k)$$

$$\frac{dF}{dX} = \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{X=\hat{X}(k), \Delta D=\Delta \hat{D}(k), \Delta \theta=\Delta \hat{\theta}(k)}$$



# Significado da incerteza

---

$$\mathbf{X}(k) \sim N(\hat{\mathbf{X}}(k), \Sigma_{\mathbf{X}}(k))$$

- Dados  $\hat{\mathbf{X}}(k)$  e  $\Sigma_{\mathbf{X}}(k)$  é possível definir o lugar geométrico dos pontos onde, com **uma dada probabilidade**, se situam os valores da variável aleatória.
- Elipsóide com centro em  $\hat{\mathbf{X}}(k)$  e semi-eixos proporcionais aos valores singulares de  $\Sigma_{\mathbf{X}}(k)$

$$\underbrace{(\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k))^T \Sigma_{\mathbf{X}}(k)^{-1} (\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k))}_{\text{Distribuição } \chi^2 \text{ com 3 graus de liberdade}} \leq \gamma$$

Distribuição  $\chi^2$  com 3 graus de liberdade



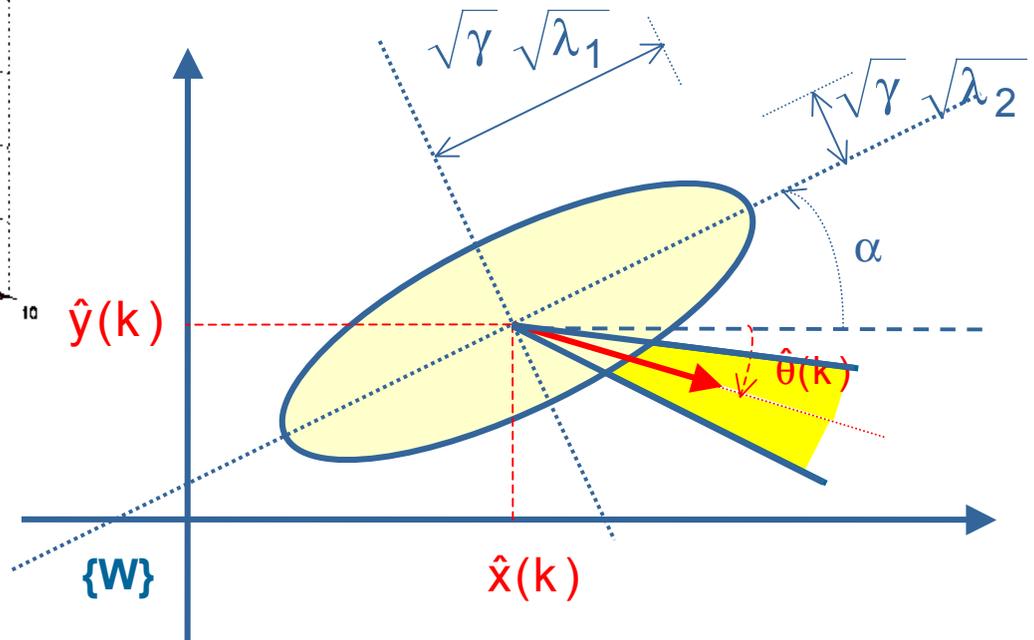
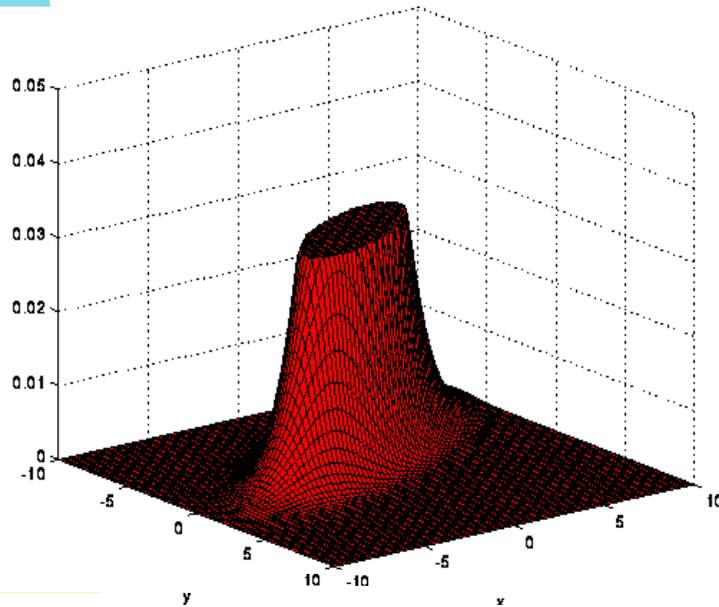
# Significado da incerteza

Posição  $P(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}$

$$P(k) \sim N(\hat{P}(k), \Sigma_P(k))$$

$$(P(k) - \hat{P}(k))^T \Sigma_P(k)^{-1} (P(k) - \hat{P}(k)) \leq \gamma$$

Probabilidade = 90%  
 $m=2 \quad \gamma=4.61$

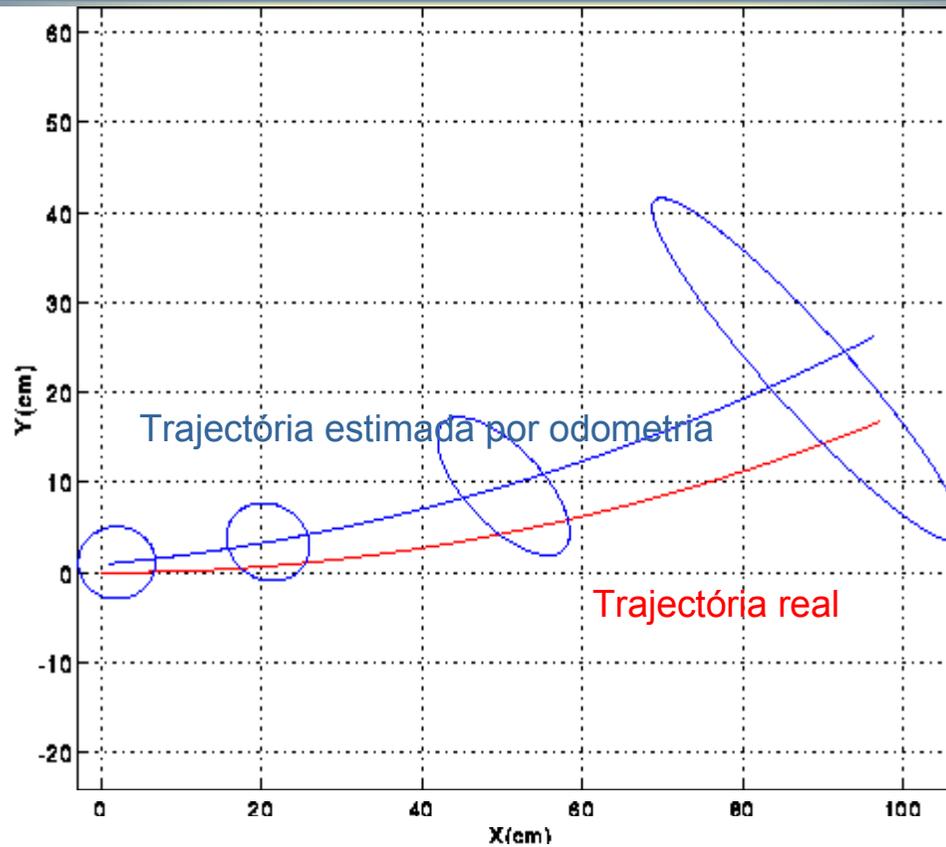


$\lambda_1, \lambda_2$

Valores próprios de  $\Sigma_P(k)$



# Odometria - Experiências



Elipses a 90% de probabilidade

Trajectory real = incrementos angulares de  $0.2^\circ$

Estimativa inicial odometria  $\hat{x}(0) = 1\text{cm}$ ,  $\hat{y}(0) = 1\text{cm}$ ,  $\hat{\theta}(0) = 5^\circ$

$$\Sigma_X(0) = \text{diag}(5\text{cm}^2, 3.5\text{cm}^2, 5^\circ{}^2)$$



# Localização com medidas relativas

---

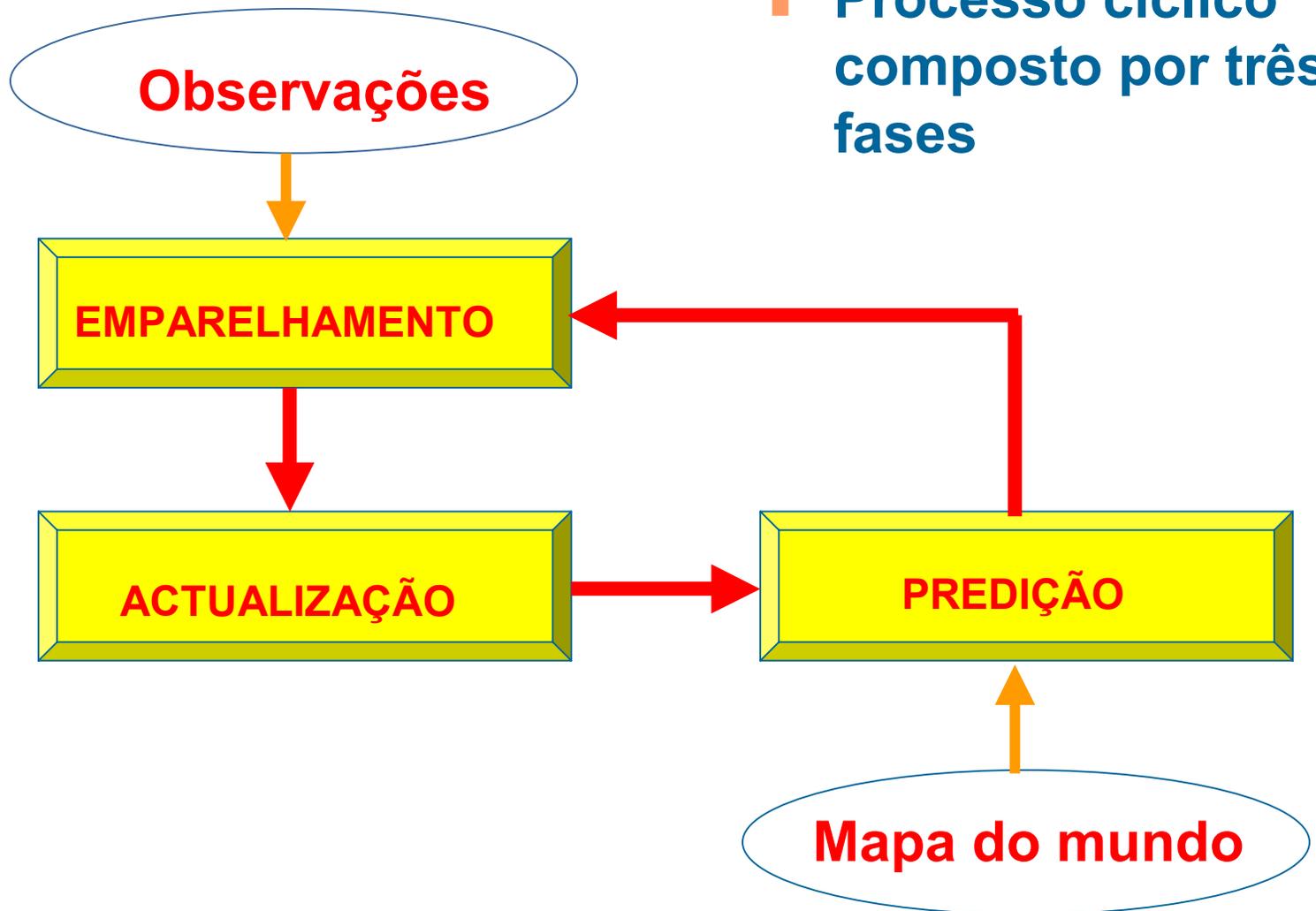
- **Vantagens** - são métodos autónomos
- **Desvantagens** - têm associados erros que crescem de forma não limitada

## CONCLUSÕES

- Não são métodos precisos durante grandes intervalos de tempo
- **Exigência de localização com medidas absolutas**
  - ◆ informação centrada no robot é relacionada com informação de um mapa global



# Localização relativa + localização absoluta



- Processo cíclico composto por três fases



# Filtro de Kalman Estendido (EKF)

## Dinâmica do Sistema

$$\begin{aligned} X(k+1) &= f(X(k), U(k)) + v(k) & v(k) &\sim N(0, Q(k)) \\ Z(k) &= h(X(k)) + w(k) & w(k) &\sim N(0, R(k)) \end{aligned}$$

## EKF - Predição

$$\hat{X}(k+1/k) = f(\hat{X}(k/k), U(k))$$

$$\Sigma_X(k+1/k) = \frac{dF}{dX} \Sigma_X(k/k) \frac{dF^T}{dX} + Q(k)$$

## EKF - Filtragem

$$\hat{X}(k+1/k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1)(Z(k+1) - h(\hat{X}(k+1/k)))$$

$$K(k+1) = \Sigma_X(k+1/k) \frac{dH^T}{dX} S^{-1}(k+1)$$

$$S(k+1) = \frac{dH}{dX} \Sigma_X(k+1/k) \frac{dH^T}{dX} + R(k+1)$$

$$\Sigma_X(k+1/k+1) = \Sigma_X(k+1/k) - K(k+1)S(k+1)K(k+1)^T$$



# Predição

Estimativa prevista  
da localização das observações

$\hat{Z}(k+1/k)$   
 $S(k+1)$

**PREDIÇÃO**

Odometria

Modelo das  
observações

$\hat{X}(k+1/k)$   
 $\Sigma_X(k+1/k)$

**FILTRAGEM**

$\hat{X}(k/k)$   
 $\Sigma_X(k/k)$

**Mapa do mundo**



# Predição da localização

Dinâmica do robot

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k)) + \mathbf{v}(k)$$

Dados

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k), \Sigma_{\mathbf{x}}(k/k), \hat{\mathbf{U}}(k), \mathbf{Q}(k)$$

**PREDIÇÃO** do estado

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1/k) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{X}}(k/k), \hat{\mathbf{U}}(k))$$

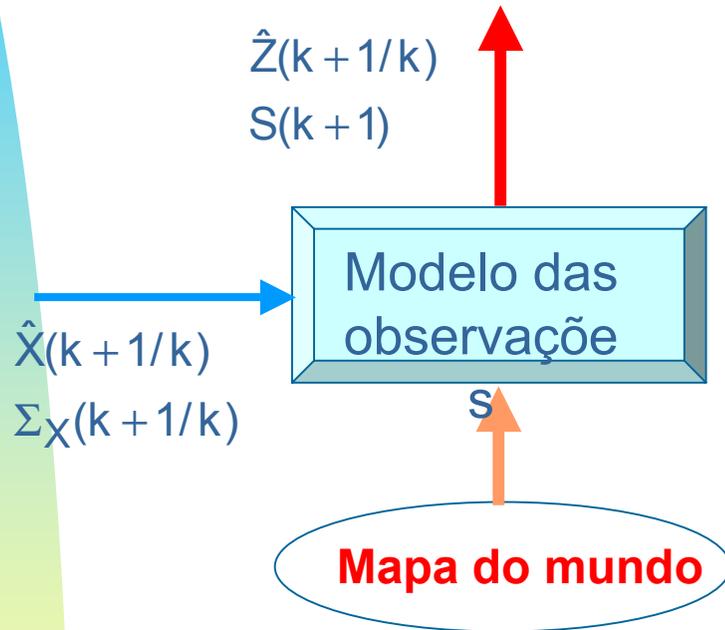
$$\Sigma_{\mathbf{x}}(k+1/k) = \frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{X}} \Sigma_{\mathbf{x}}(k/k) \frac{d\mathbf{F}^T}{d\mathbf{X}} + \mathbf{Q}(k)$$

Fase de **PREDIÇÃO** do **EKF**.

Dinâmica linearizada em torno da última estimativa filtrada



# Predição das observações



- Mapa do mundo
- Modelo das observações
- Modelo dos sensores



# Modelo das observações

$$z_j(k) = h_i(X_s(k), p_i) + w_j(k) \quad j = 1, \dots, m$$

ruído de observação  $w_j(k) \sim N(0, R_j(k))$

caracterização do alvo

localização do sensor

observação associada ao sensor  $j$

$$Z(k) = [ z_1(k) \quad z_2(k) \quad \dots \quad z_m(k) ]^T$$

- tipo e caracterização do sensor
- processamento dos dados

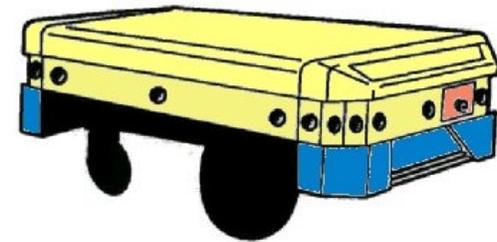
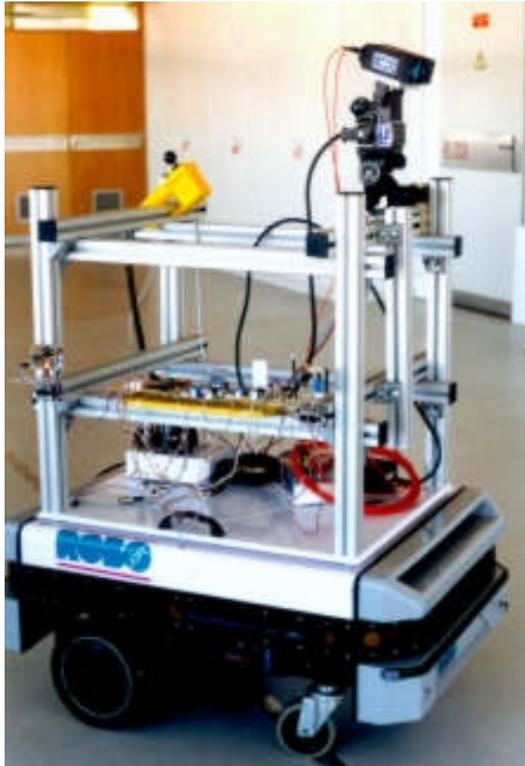
- características geométricas consideradas no mapa

- localização do robot
- localização do sensor no robot



# Modelo do sensor

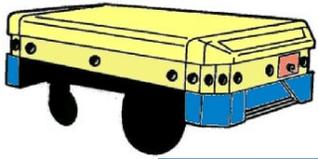
- Caracterização da percepção espacial
- Caracterização dos erros



24 sensores de ultrassom (Polaroid)

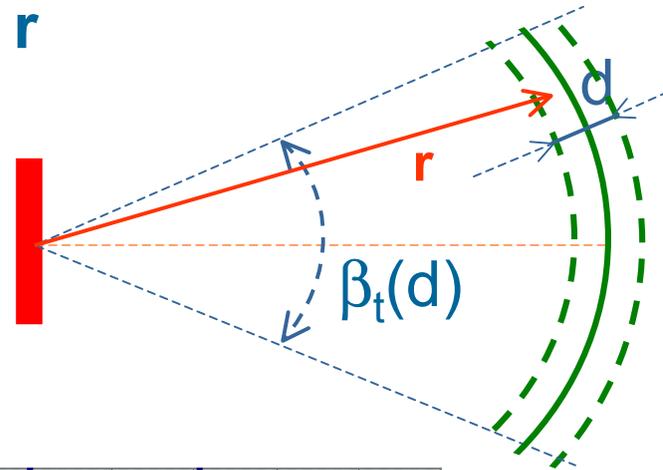
Laser Range  
Scanner=LRF+PTU





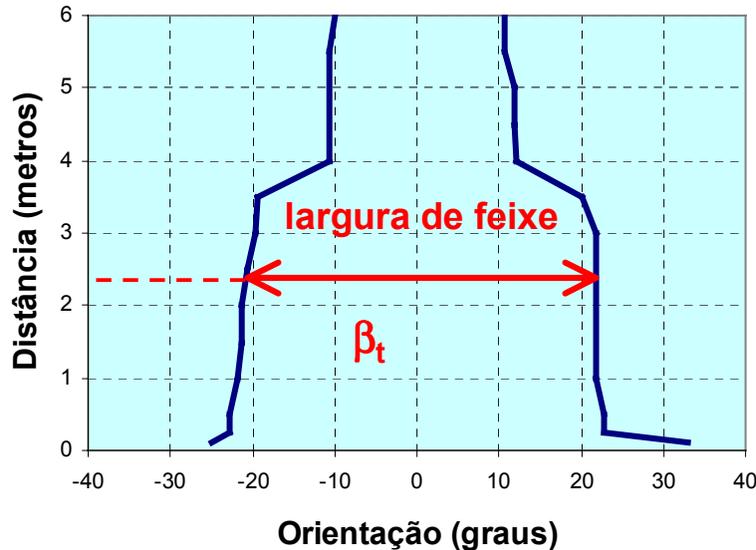
# Modelo do sensor-SONAR

- percepção espacial =  
distância =  $r$



$$r \sim N(d, \sigma_d^2)$$

$$\sigma_d = 0.0052 r + 0.002(\text{m})$$



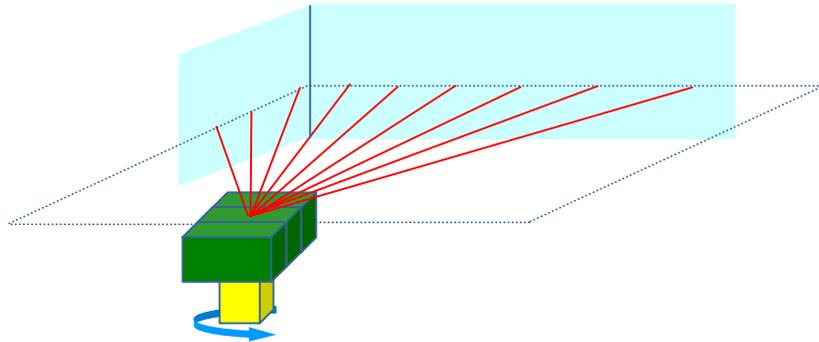
Largura de feixe efectiva  
como função da distância





# Modelo do sensor-LASER scanner

- percepção espacial = (distância, ângulo) = (  $r$ ,  $\varphi$  )

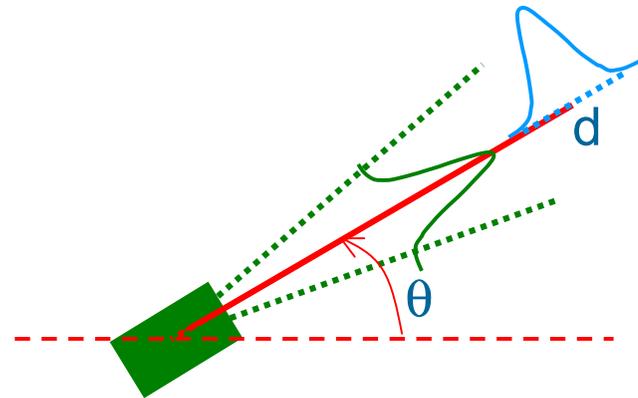


LRF - incerteza radial

PTU - incerteza angular

$$r \sim N(d, \sigma_d^2)$$

$$\varphi \sim N(\theta, \sigma_\theta^2)$$



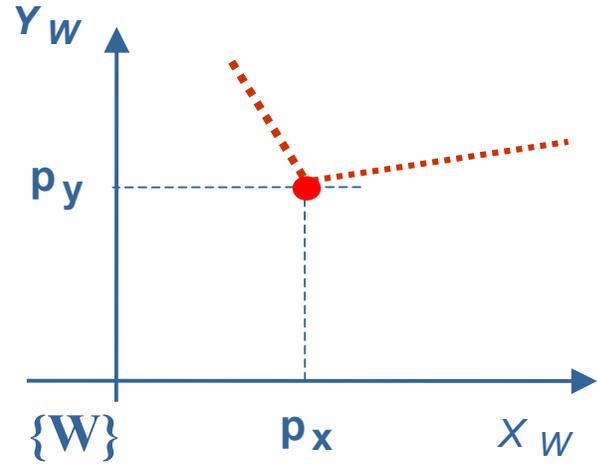
$$\sigma_d = 1,5\text{cm}, \quad \sigma_\theta = 0,05^\circ$$



# Mapa do mundo

## Pontos

$$p_p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$



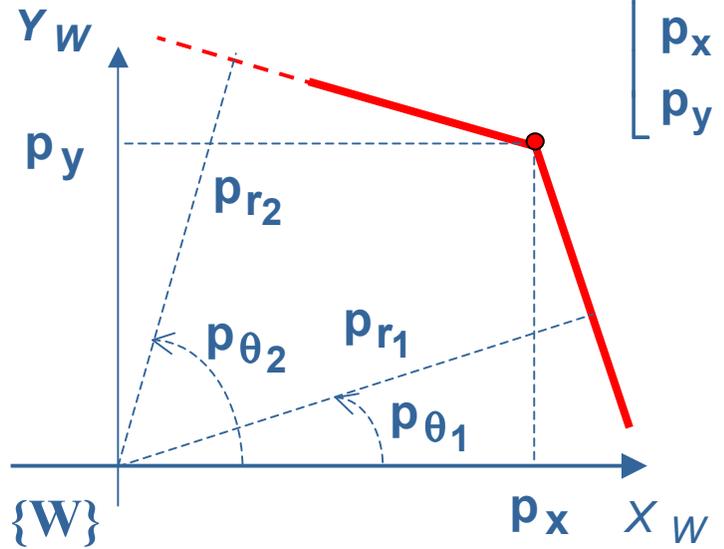
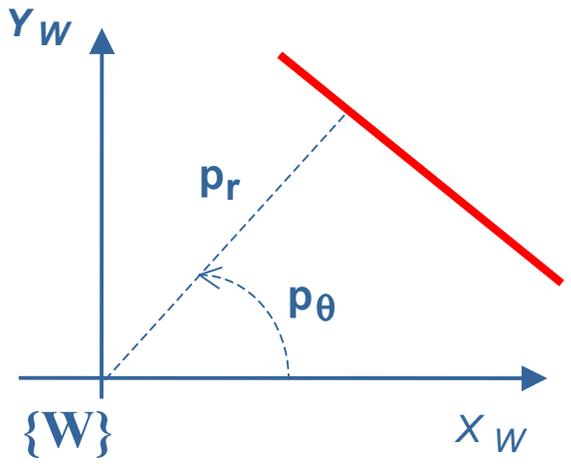
## Landmarks naturais

- ◆ um ponto
- ◆ dois segmentos de recta

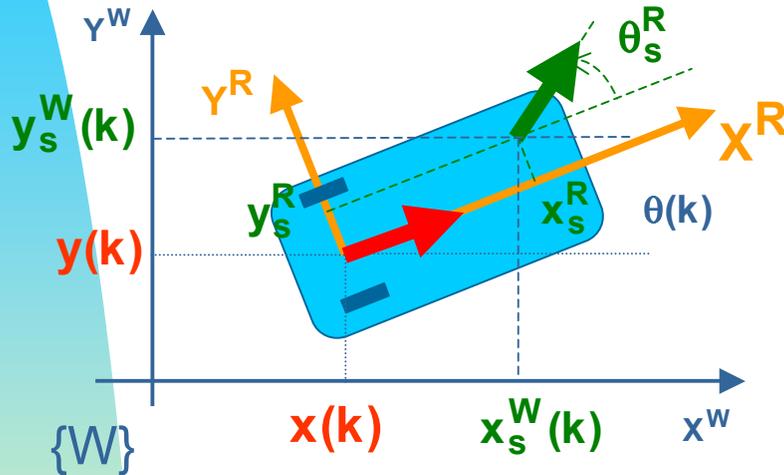
$$p_\lambda = \begin{bmatrix} p_{r_1} \\ p_{\theta_1} \\ p_{r_2} \\ p_{\theta_2} \\ p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$

## Segmentos de recta

$$p_r = \begin{bmatrix} p_r \\ p_\theta \end{bmatrix}$$



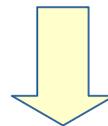
# Predição da Localização do sensor



$$X(k) \longrightarrow X_s(k)$$

$$X_s(k) = \begin{bmatrix} x_s^W(k) \\ y_s^W(k) \\ \theta_s^W(k) \end{bmatrix} = X(k) + \begin{bmatrix} \cos\theta(k) & -\sin\theta(k) & 0 \\ \sin\theta(k) & \cos\theta(k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s^R \\ y_s^R \\ \theta_s^R \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}(k + 1/k)$$



$$\hat{X}_s(k + 1/k)$$

+  
Mapa do mundo  
+  
Modelo do sensor



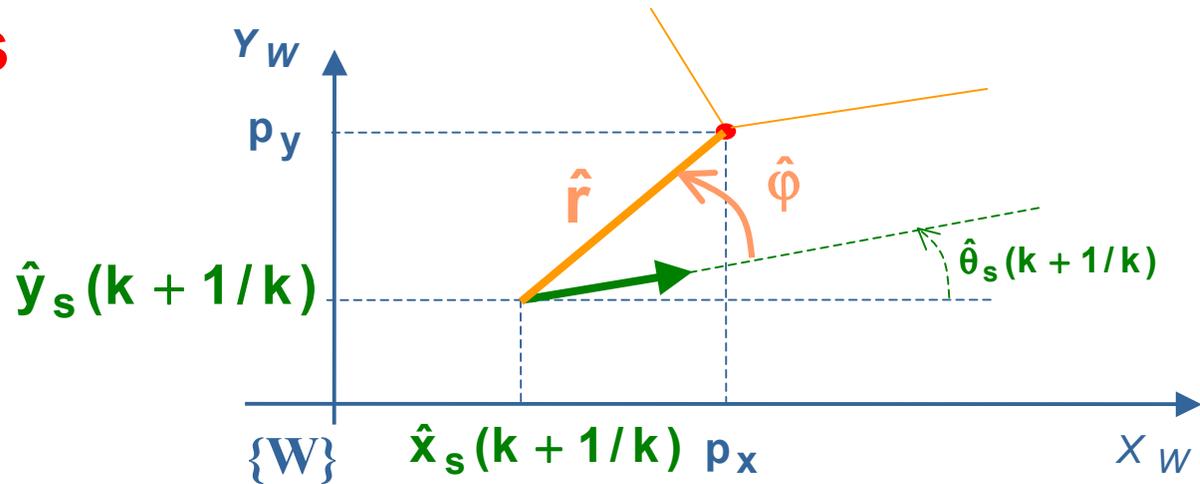
predição das  
observações



# Predição das Observações

## ■ Pontos

$$p_p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$



$$\hat{z}_i(k + 1/k) = h_i(\hat{X}_s(k + 1/k), p_p)$$

$$h_i = \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(p_x - \hat{x}_s)^2 + (p_y - \hat{y}_s)^2} \\ \text{arctg} \frac{p_y - \hat{y}_s}{p_x - \hat{x}_s} - \hat{\theta}_s \end{bmatrix} \leftarrow \text{Sonar}$$

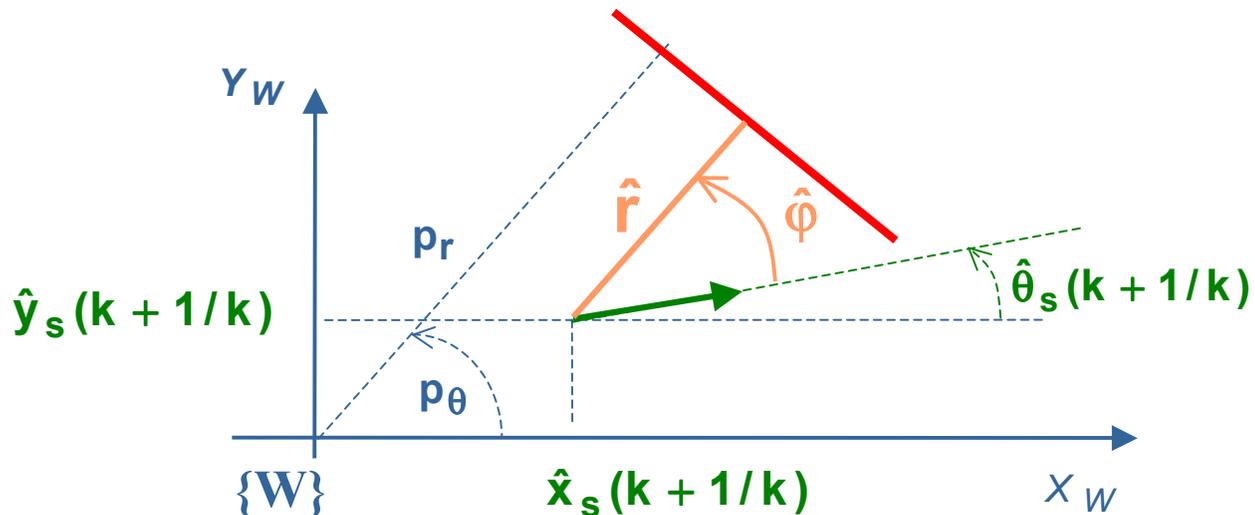
$$R_i(k) = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix}$$



# Predição das Observações

## Segmentos de recta

$$p_r = \begin{bmatrix} p_r \\ p_\theta \end{bmatrix}$$



$$\hat{z}_i(k+1/k) = h_i(\hat{X}_s(k+1/k), p_p)$$

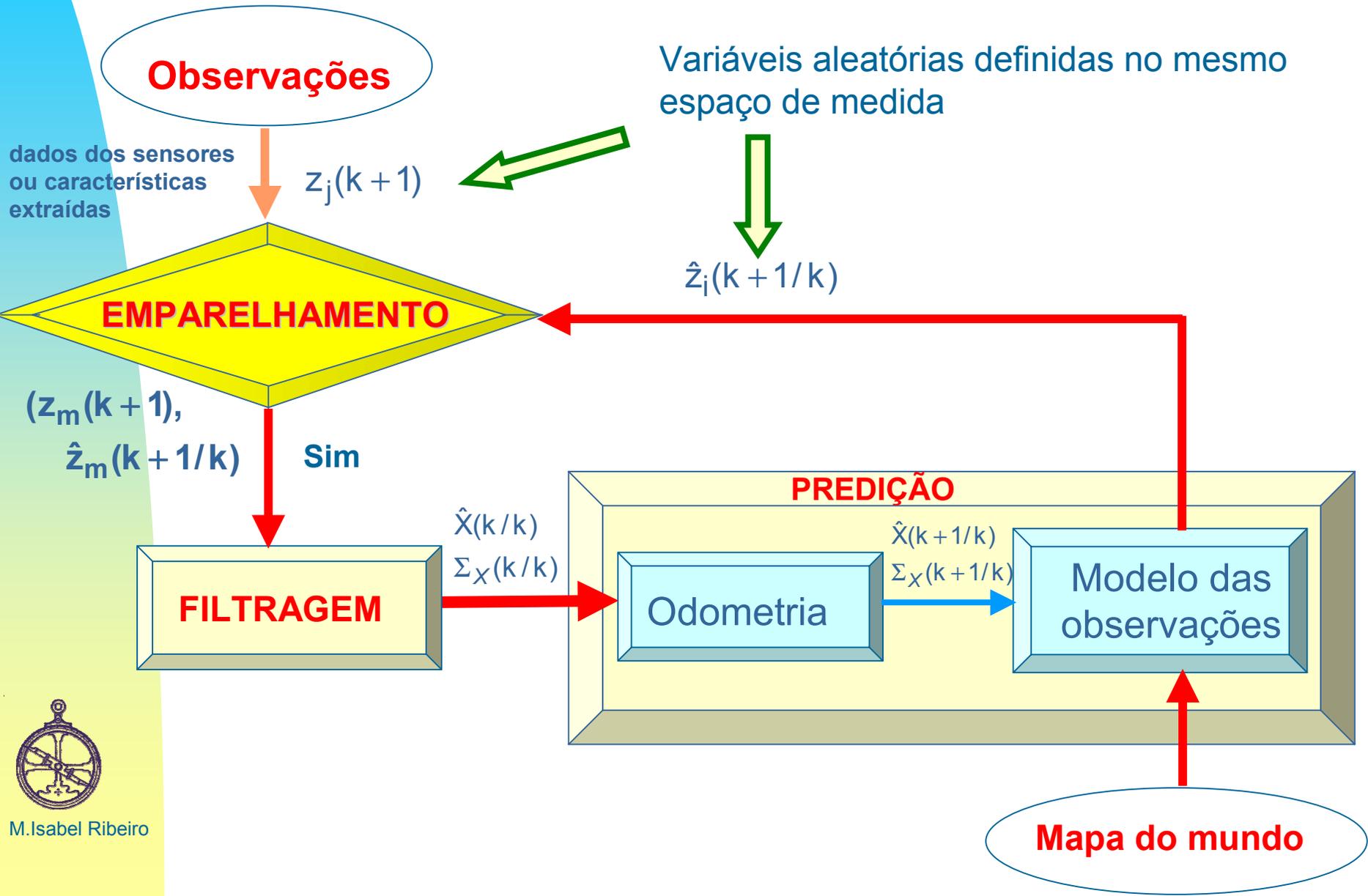
$$h_i = \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_r - \hat{x}_s \cos(p_\theta) - \hat{y}_s \sin(p_\theta) \\ p_\theta - \hat{\theta}_s \end{bmatrix} \leftarrow \text{Sonar}$$

$$R_i(k) = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 \end{bmatrix} \quad \sigma_r^2, \sigma_\phi^2 \text{ são função de } \sigma_d^2, \sigma_\theta^2$$

$$R_i(k) = \sigma_d^2$$



# Emparelhamento

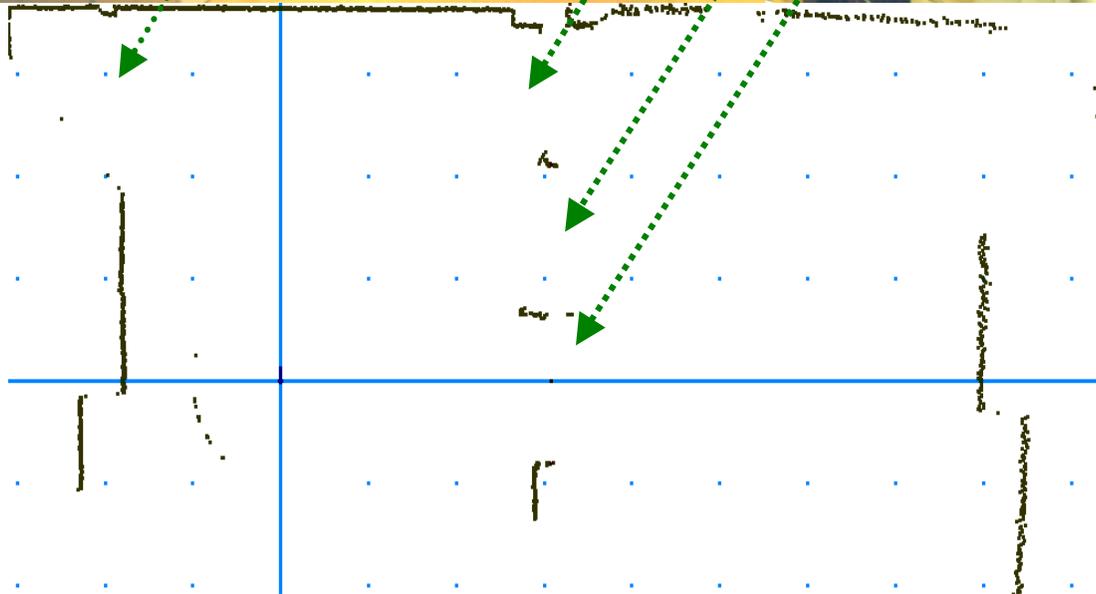


# Emparelhamento

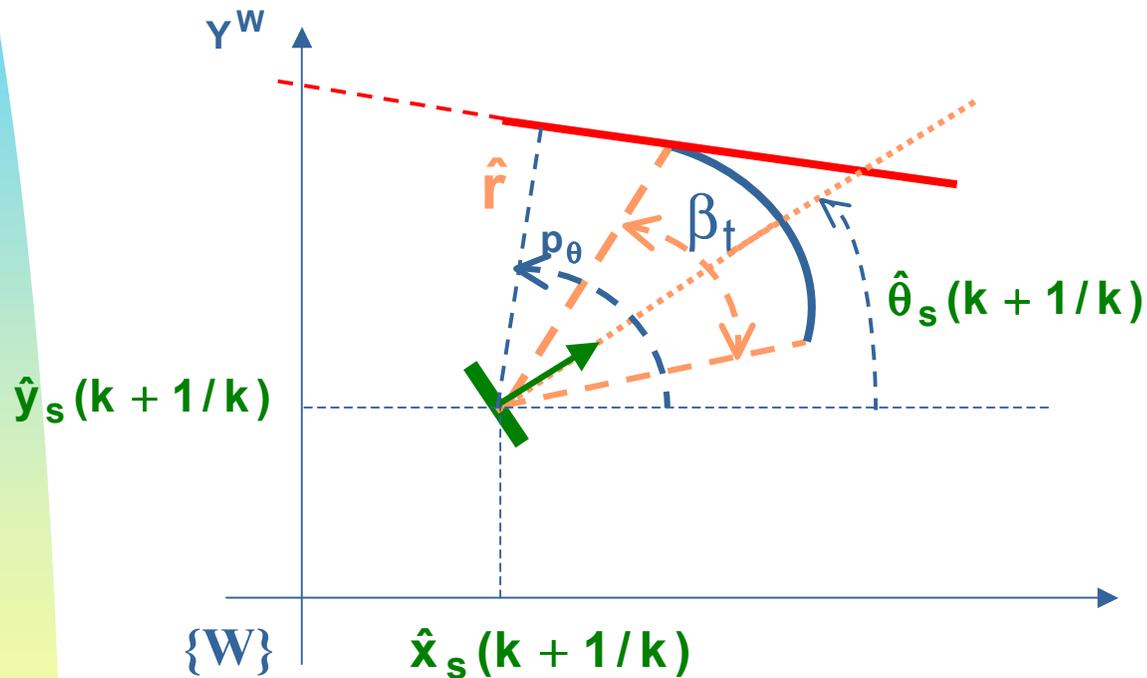
- **O que é o emparelhamento**
  - ◆ Quais são os pares  $(z_j(k+1), \hat{z}_j(k+1/k))$  válidos?
- **Porque é necessário?**
  - ◆ Pares inválidos podem levar à divergência do EKF
  - ◆ Para ignorar **observações** ruidosas (outliers)
    - ☞ sonar - reflexões múltiplas
    - ☞ laser - reflexões especulares
  - ◆ Para ignorar **predições** erradas ou inexistentes



# Laser - Reflexões Especulares



# Sonar - Predições Inexistentes



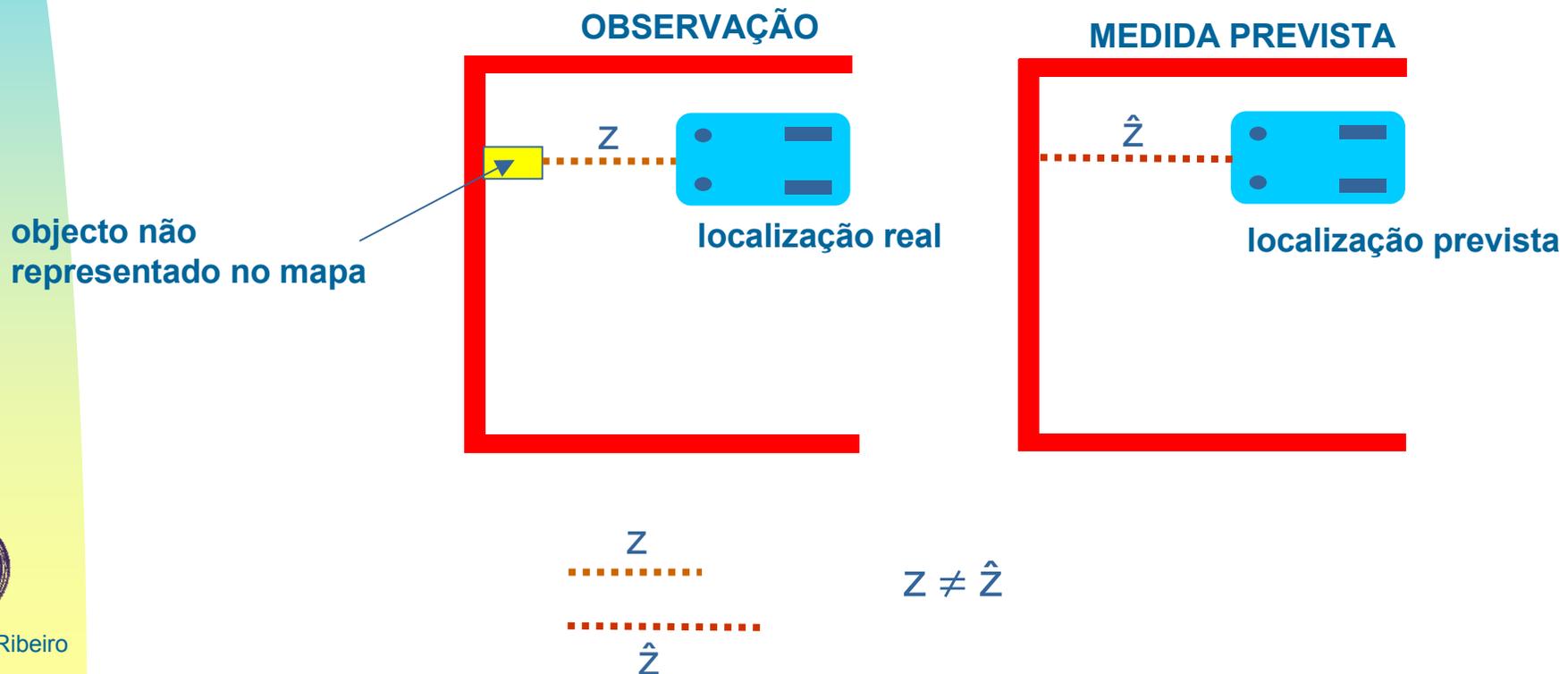
Teste de  
*visibilidade*

$$\underbrace{|p_\theta - \hat{\theta}_s(k+1/k)|}_{\hat{\phi}} \leq \frac{\beta_t}{2}$$



# Sonar - Predições Erradas

- Observações previstas erradas



# Emparelhamento

## ■ Como se concretiza?

$$v_{ij}(k+1) = z_j(k+1) - \hat{z}_i(k+1/k) \quad \text{inovações}$$

$$S_{ij}(k+1) = E[v_{ij}(k+1)v_{ij}(k+1)^T] = \frac{dH_i}{dX} \Sigma_X(k+1/k) \frac{dH_i^T}{dX} + R_i(k+1)$$

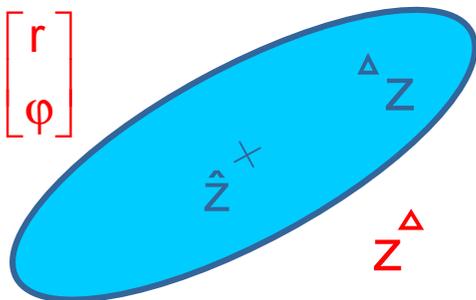
$$v_{ij}(k+1)^T S_{ij}(k+1)^{-1} v_{ij}(k+1) \leq \gamma$$

região de validade centrada em  $\hat{z}_i(k+1/k)$

Teste de inclusão de  $z_j(k+1)$  na região de validade centrada em  $\hat{z}_i(k+1/k)$

laser

$$z = \begin{bmatrix} r \\ \varphi \end{bmatrix}$$



espaço das observações

sonar

$$z = [r]$$



# Emparelhamento e Filtragem

## ■ Resultado do emparelhamento

$$V(k+1) = Z(k+1) - \hat{Z}(k+1/k) = \begin{bmatrix} z_1(k+1) - \hat{z}_1(k+1/k) \\ z_2(k+1) - \hat{z}_2(k+1/k) \\ \vdots \\ z_n(k+1) - \hat{z}_n(k+1/k) \end{bmatrix} \quad \text{pares válidos}$$

$$S(k+1) = E[V(k+1)V(k+1)^T] = \frac{dH}{dX} \Sigma_X(k+1/k) \frac{dH^T}{dX} + R(k+1)$$

$$\frac{dH}{dX} = \left[ \frac{dH_1^T}{dX} \quad \Lambda \quad \frac{dH_n^T}{dX} \right]^T \quad \frac{dH_i}{dX} = \left. \frac{\partial h_i}{\partial X} \right|_{X=\hat{X}(k+1/k)}$$

$$R(k+1) = \text{diag}(R_1(k+1), R_2(k+1), \Lambda, R_n(k+1))$$

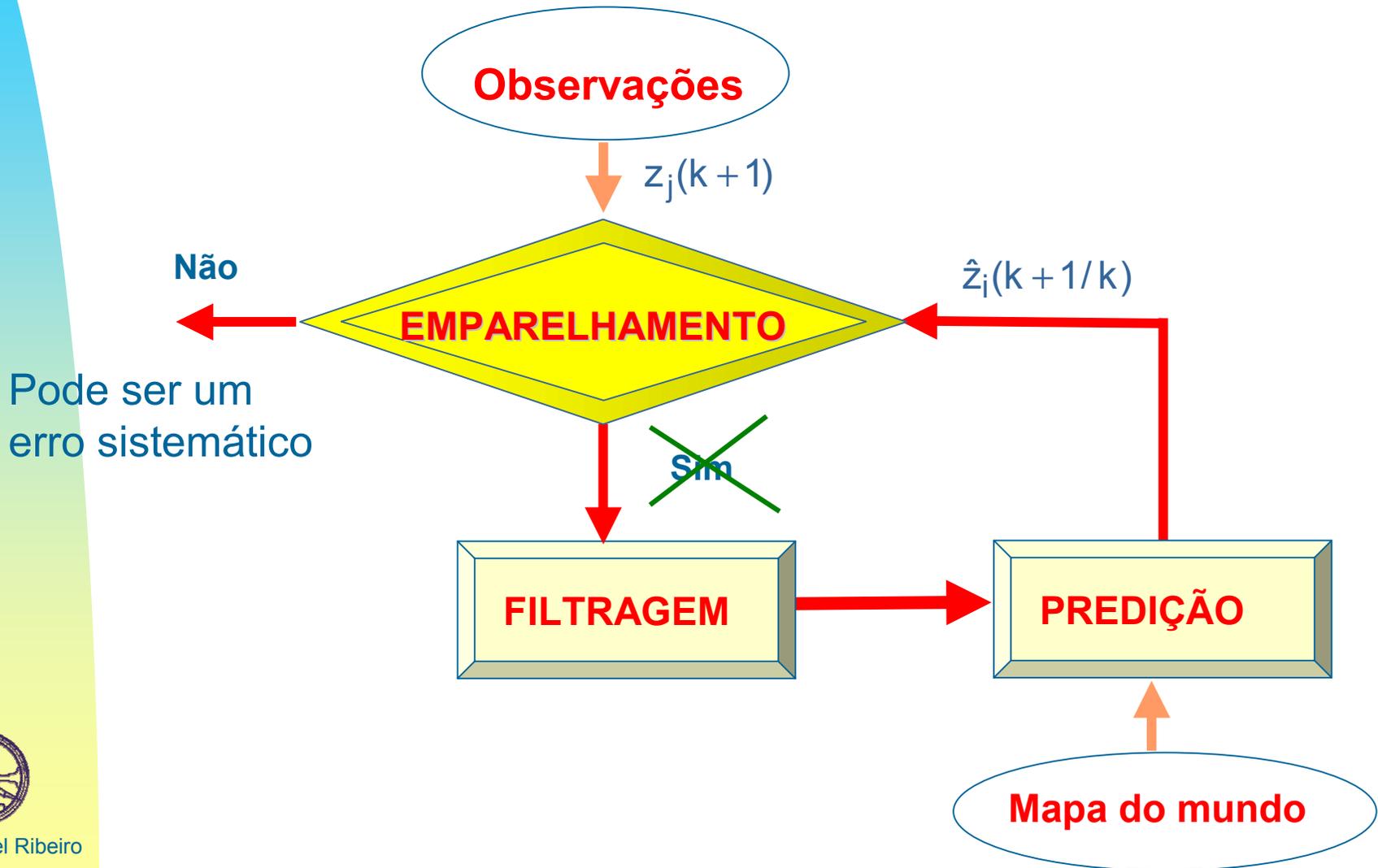
## ■ Filtragem

$$\hat{X}(k+1/k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1)[Z(k+1) - \hat{Z}(k+1/k)]$$

$$K(k+1), \Sigma_X(k+1/k+1)$$

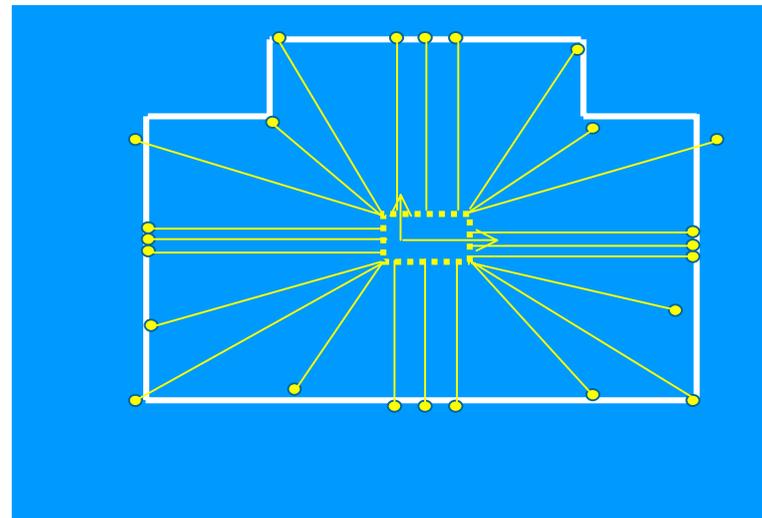
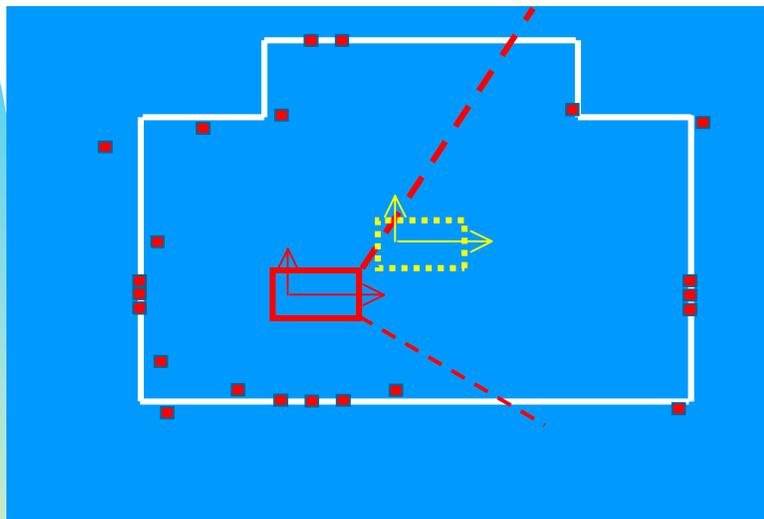


# E se não houver emparelhamentos?



# Detector de *Bias*

## Translação



prevista

- **Previsão** das observações a partir da **localização prevista**

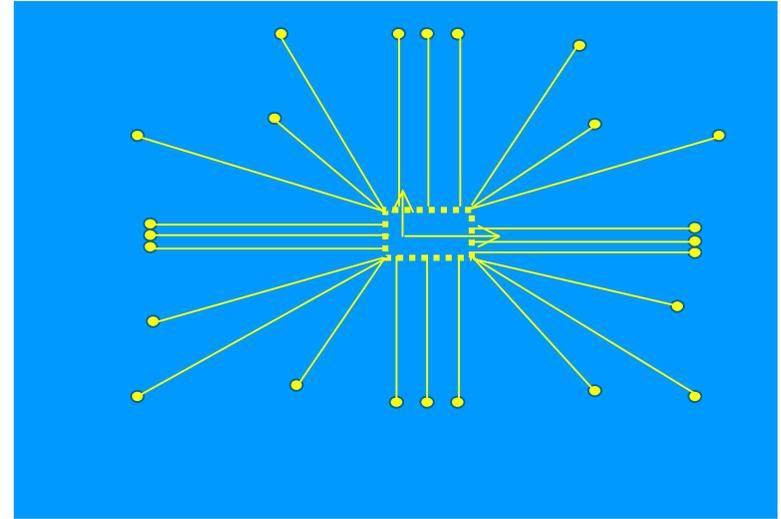
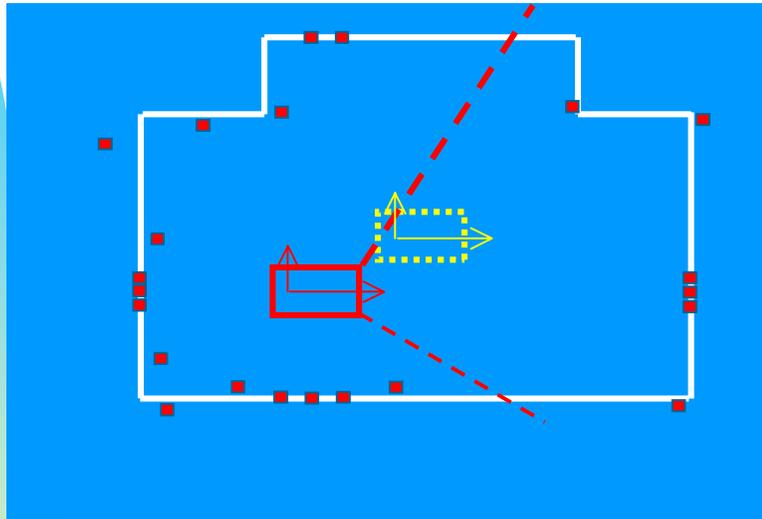


- direcções segundo as quais não é possível fazer predição de acordo com o modelo do sensor



# Detector de *Bias*

## Translação



Localização

prevista

- **Previsão** das observações a partir da **localização prevista**



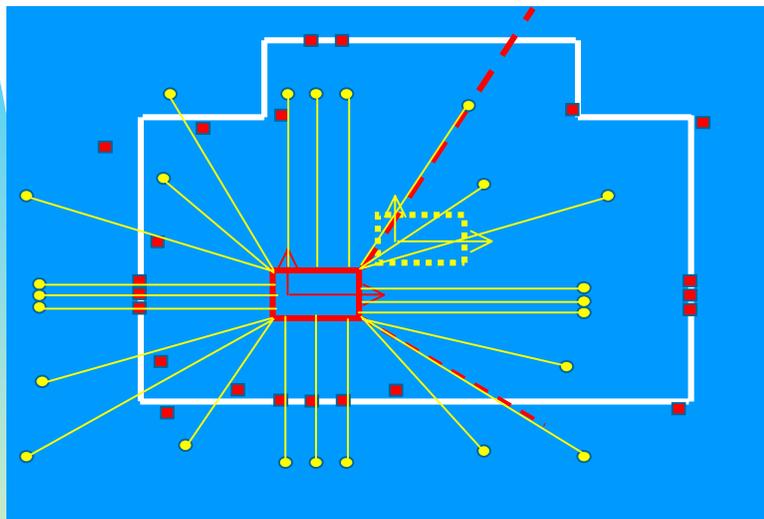
Localização **real**

- direcções segundo as quais não é possível fazer predição de acordo com o modelo do sensor



# Detector de *Bias*

## Translação



Localização

prevista

- **Previsão** das observações a partir da **localização prevista**



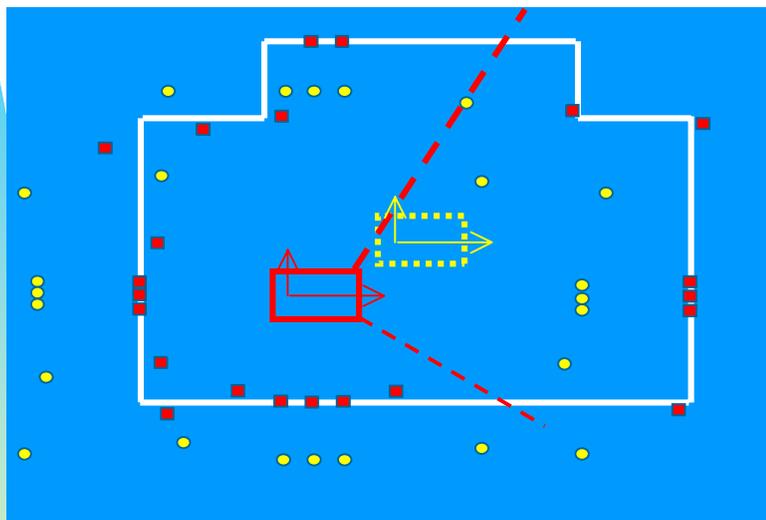
Localização **real**

- direcções segundo as quais não é possível fazer predição de acordo com o modelo do sensor



# Detector de *Bias*

## Translação



- **previsão**  
**Previsão** das observações a partir da **localização prevista**



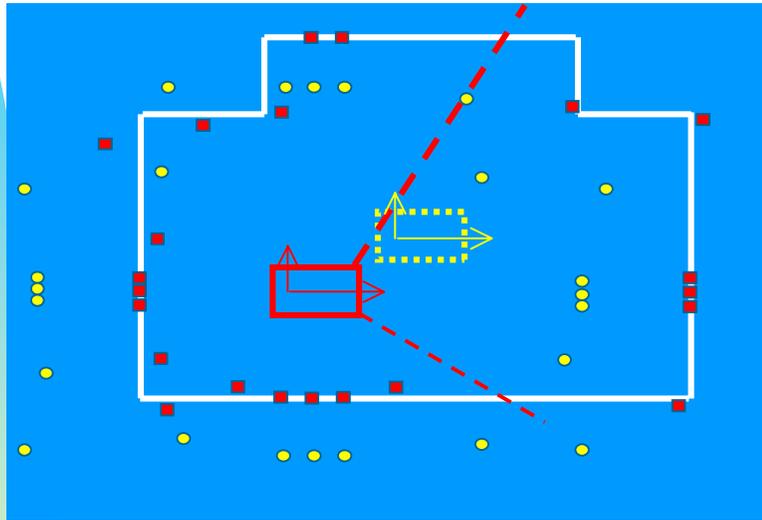
- Observações **reais** como se vistas da **localização prevista**

--- direcções segundo as quais não é possível fazer predição de acordo com o modelo do sensor

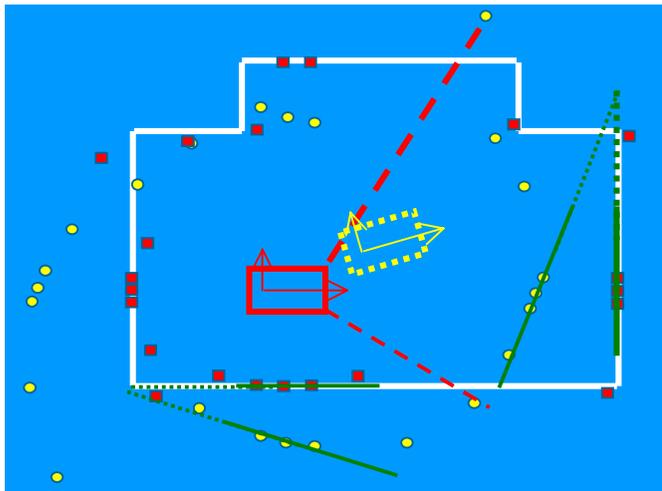
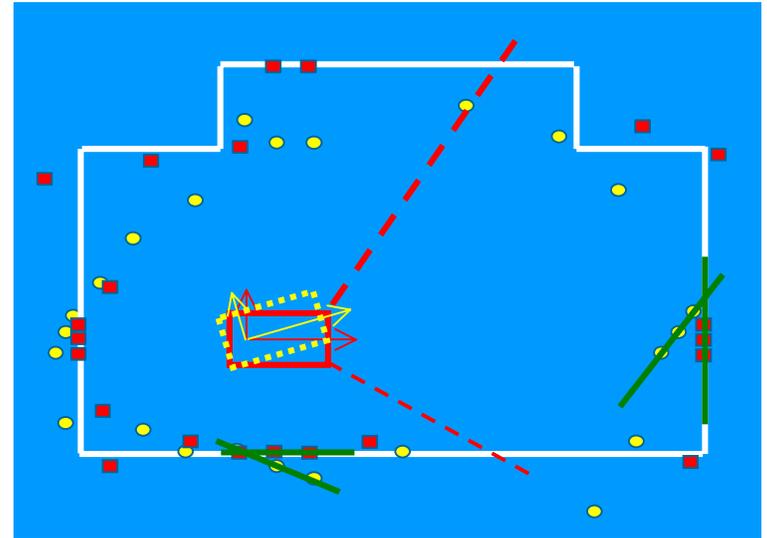


# Detector de *Bias*

Translação



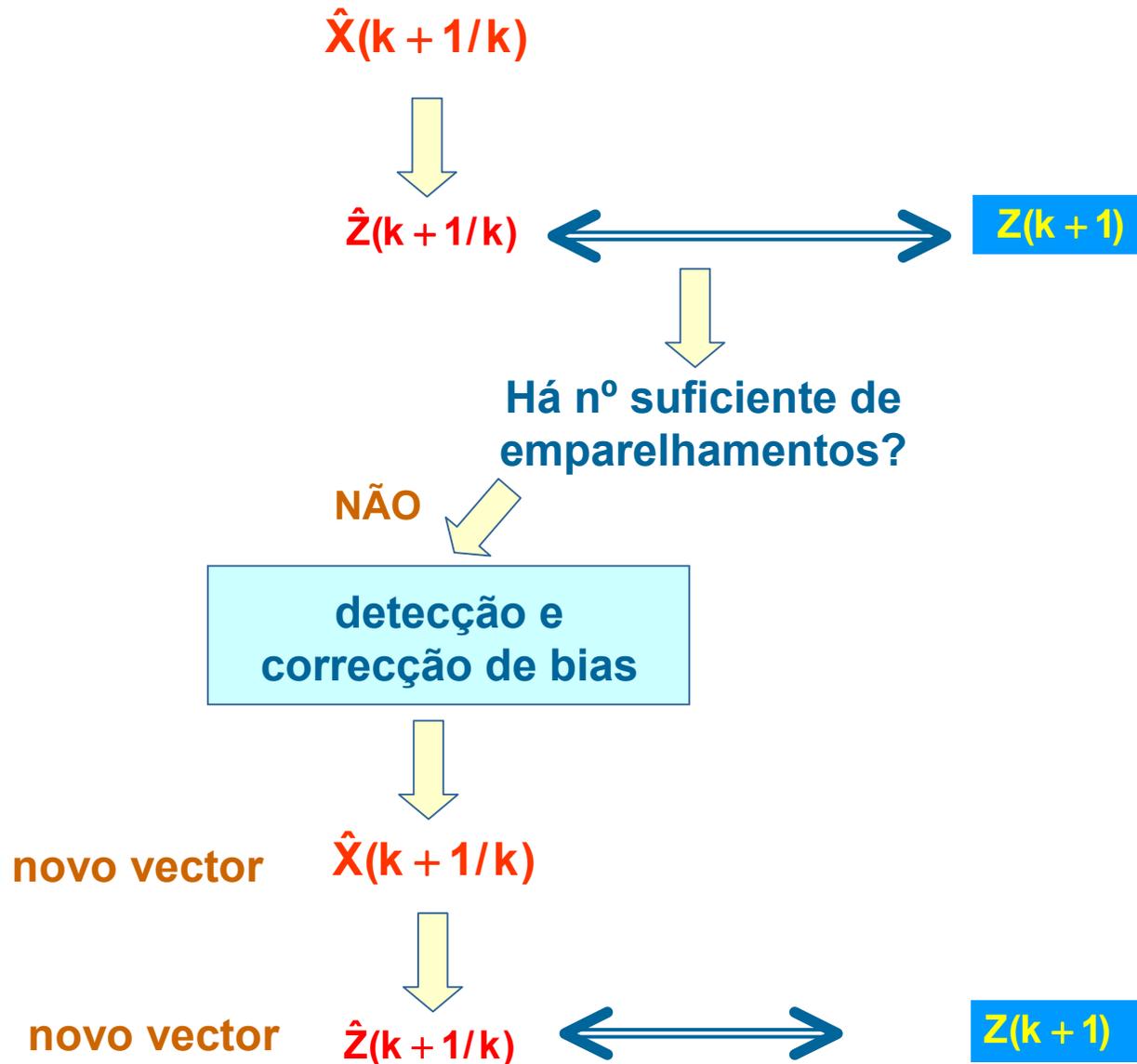
Orientação



Orientação e Translação



# Detecção e correcção de *Bias*



# Experiência 1 - sonar

depois do 1º passo de filtragem

## Localização “real”

$$x = 2100 \text{ mm}$$

$$y = 2050 \text{ mm}$$

$$\theta = 20^\circ$$

## Localização inicial dada por um operador

$$x = 2400 \text{ mm} \quad \sigma_x = 100 \text{ mm} \quad \hat{X}(0/0)$$

$$y = 1800 \text{ mm} \quad \sigma_y = 100 \text{ mm}$$

$$\theta = 17^\circ \quad \sigma_\theta = 15^\circ$$

## Estimativa da localização

$$\hat{x} = 2190 \text{ mm} \quad \sigma_x = 27 \text{ mm} \quad \hat{X}(1/1)$$

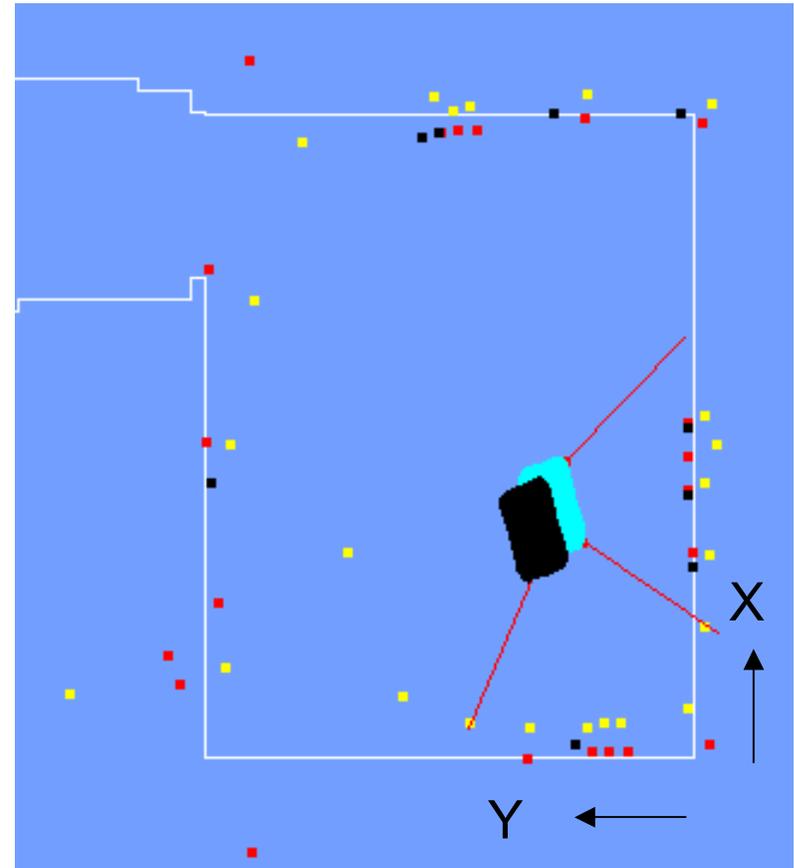
$$\hat{y} = 2030 \text{ mm} \quad \sigma_y = 26 \text{ mm}$$

$$\hat{\theta} = 19.9^\circ \quad \sigma_\theta = 3^\circ$$

$$\hat{X}(0/0) = \hat{X}(1/0)$$

■  $\hat{Z}(1/0)$  ■  $Z(1)$  Observações dos sonares transladadas ■ Emparelhamento válido para a localização prevista

--- Direcções segundo as quais não é possível fazer predição



# Experiência 1 - sonar

depois do 3º passo de filtragem

## Localização “real”

$x = 2100$  mm  
 $y = 2050$  mm  
 $\theta = 20^\circ$

## Localização inicial dada por um operador

$x = 2400$  mm  
 $y = 1800$  mm  
 $\theta = 17^\circ$

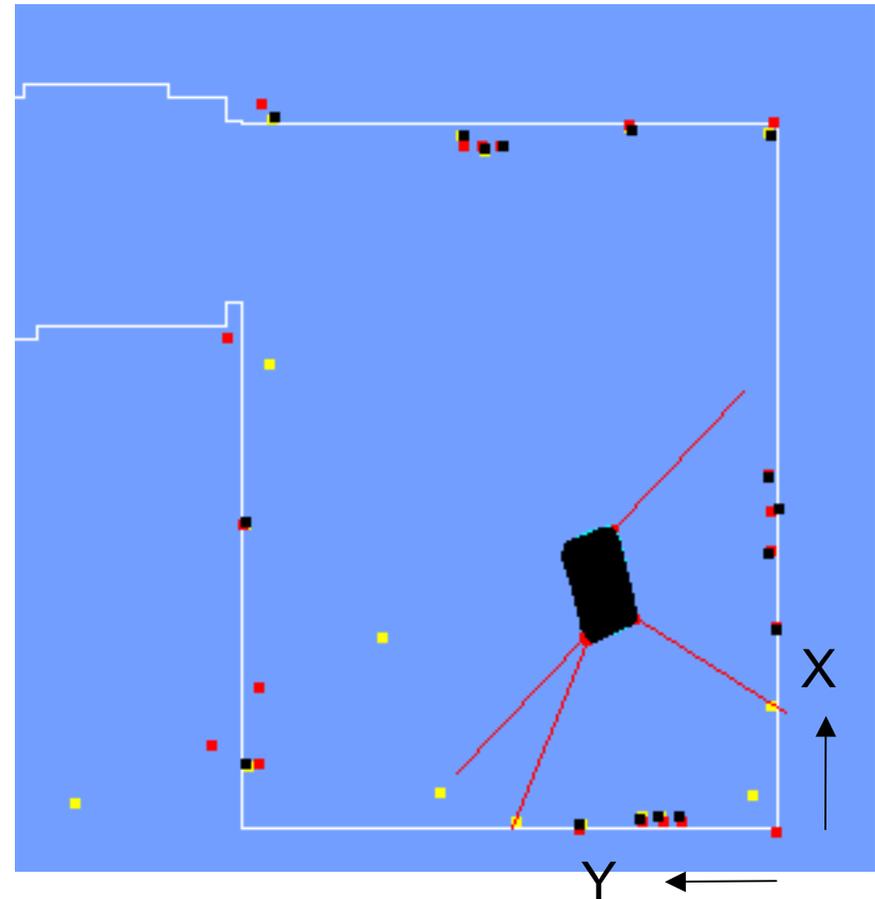
## Estimativa da localização

$\hat{x} = 2134$ mm     $\sigma_x = 14$ mm     $\hat{X}(3/3)$   
 $\hat{y} = 2063$ mm     $\sigma_y = 14$ mm  
 $\hat{\theta} = 17.9^\circ$      $\sigma_\theta = 2.4^\circ$

$\hat{X}(3/2)$  praticamente não se vê

■  $\hat{Z}(3/2)$     ■  $Z(3)$     Observações dos sonares transladadas    ■ Emparelhamento válido para a localização prevista

--- Direções segundo as quais não é possível fazer predição



# Experiência 1 - sonar

depois do 7º passo de filtragem

## Localização “real”

$x = 2100 \text{ mm}$   
 $y = 2050 \text{ mm}$   
 $\theta = 20^\circ$

## Localização inicial dada por um operador

$x = 2400 \text{ mm}$   
 $y = 1800 \text{ mm}$   
 $\theta = 17^\circ$

## Estimativa da localização

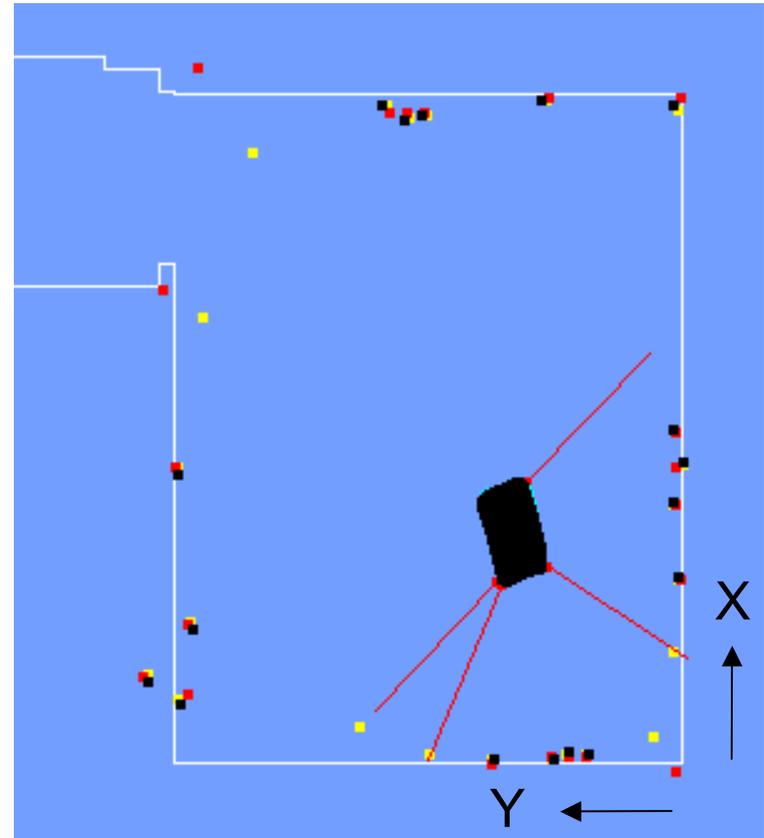
$\hat{x} = 2123 \text{ mm}$      $\sigma_x = 14 \text{ mm}$   
 $\hat{y} = 2067 \text{ mm}$      $\sigma_y = 10 \text{ mm}$   
 $\hat{\theta} = 18.3^\circ$      $\sigma_\theta = 2.2^\circ$

$\hat{X}(7/7)$

$\hat{X}(7/6)$  praticamente não se vê

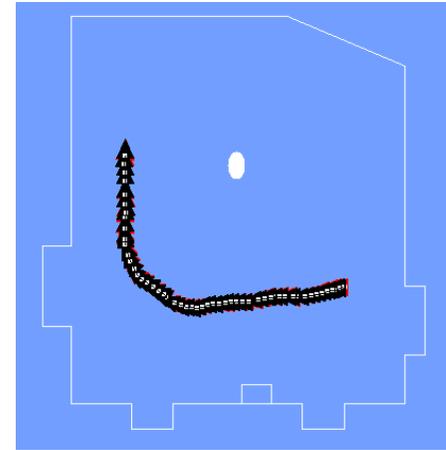
■  $\hat{Z}(7/6)$     ■  $Z(7)$     Observações dos sonares transladadas    ■ Emparelhamento válido para a localização prevista

--- Direções segundo as quais não é possível fazer predição



# Experiência 2 - sonar

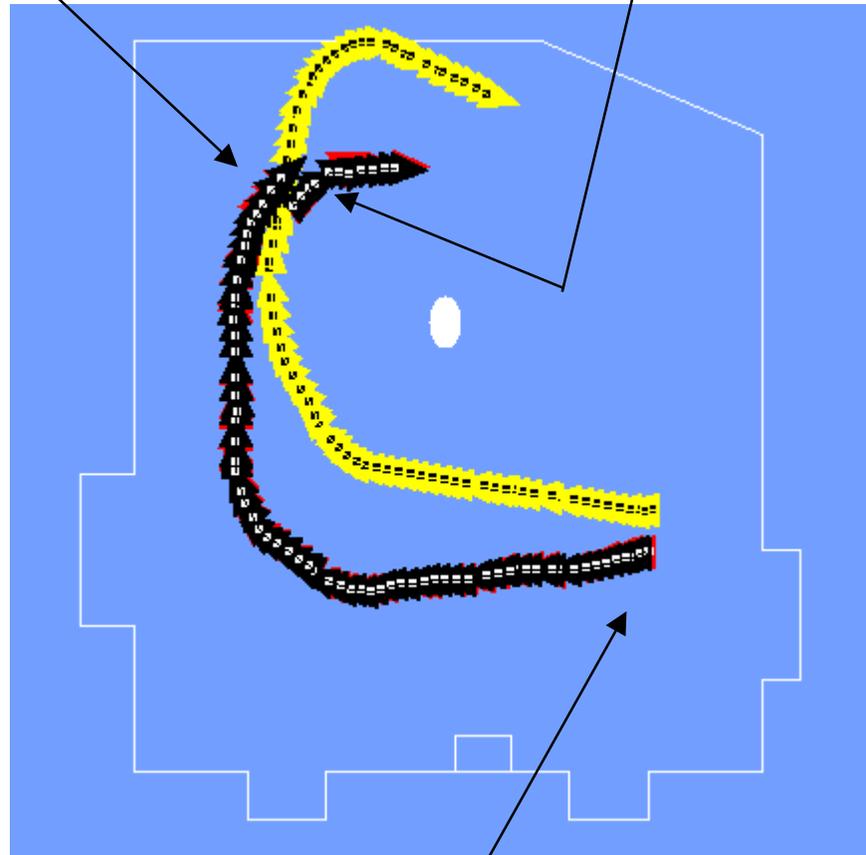
---



# Experiência 2 - sonar

Bias de translacção

Bias de orientação

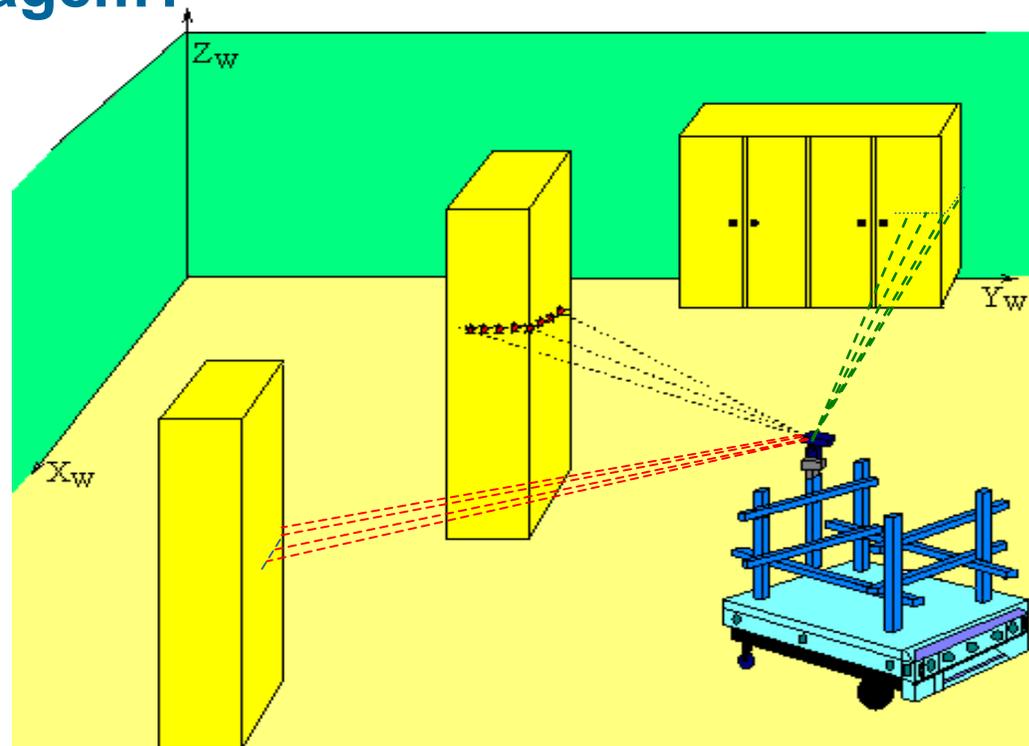


Bias de orientação e translacção



# Escolha da landmark óptima - laser

- A partir de  $\hat{X}(k + 1/k)$  há  $m$  landmarks (segmento + ponto+segmento) visíveis
- O processo de aquisição de dados é lento.
- Qual delas escolher para prosseguir para o passo de filtragem?



# Escolha da landmark óptima - laser

Previsão de  
m landmarks  
visíveis

Matriz  
covariância  
inovação

Ganho do  
filtro

Matriz  
covariância  
a posteriori

$$\hat{z}_1(k+1/k) \rightarrow S_1(k+1/k) \rightarrow K_1(k+1) \rightarrow \Sigma_{1X}(k+1/k+1)$$

$$\hat{z}_2(k+1/k) \rightarrow S_2(k+1/k) \rightarrow K_2(k+1) \rightarrow \Sigma_{2X}(k+1/k+1)$$

$\mathbb{N}$

$$\hat{z}_i(k+1/k) \rightarrow S_i(k+1/k) \rightarrow K_i(k+1) \rightarrow \Sigma_{iX}(k+1/k+1)$$

$\mathbb{N}$

$$\hat{z}_m(k+1/k) \rightarrow S_m(k+1/k) \rightarrow K_m(k+1) \rightarrow \Sigma_{mX}(k+1/k+1)$$

$\hat{X}(k+1/k)$

- Sem que sejam feitas observações

- Qual a landmark óptima?



# Critério de escolha da landmark óptima

$$\min ( \det \Sigma_{iX} (k + 1/k + 1) )$$

Produto dos valores próprios

Volume Paralelepipedo que engloba o elipsóide de erro

Computacionalmente pesado

$$\min ( \text{tr} \Sigma_{iX} (k + 1/k + 1) )$$

Soma dos valores próprios

É o critério implementado pelo filtro de Kalman

Não é computacionalmente pesado

$$\min ( \lambda_{max} ( \Sigma_{iX} (k + 1/k + 1) ) )$$

Maior valor próprio

Representa a maior incerteza

Computacionalmente pesado



# Experiência 1 - laser

## Localização “real”

$$x = 2.780 \text{ m}$$

$$y = 2.300 \text{ m}$$

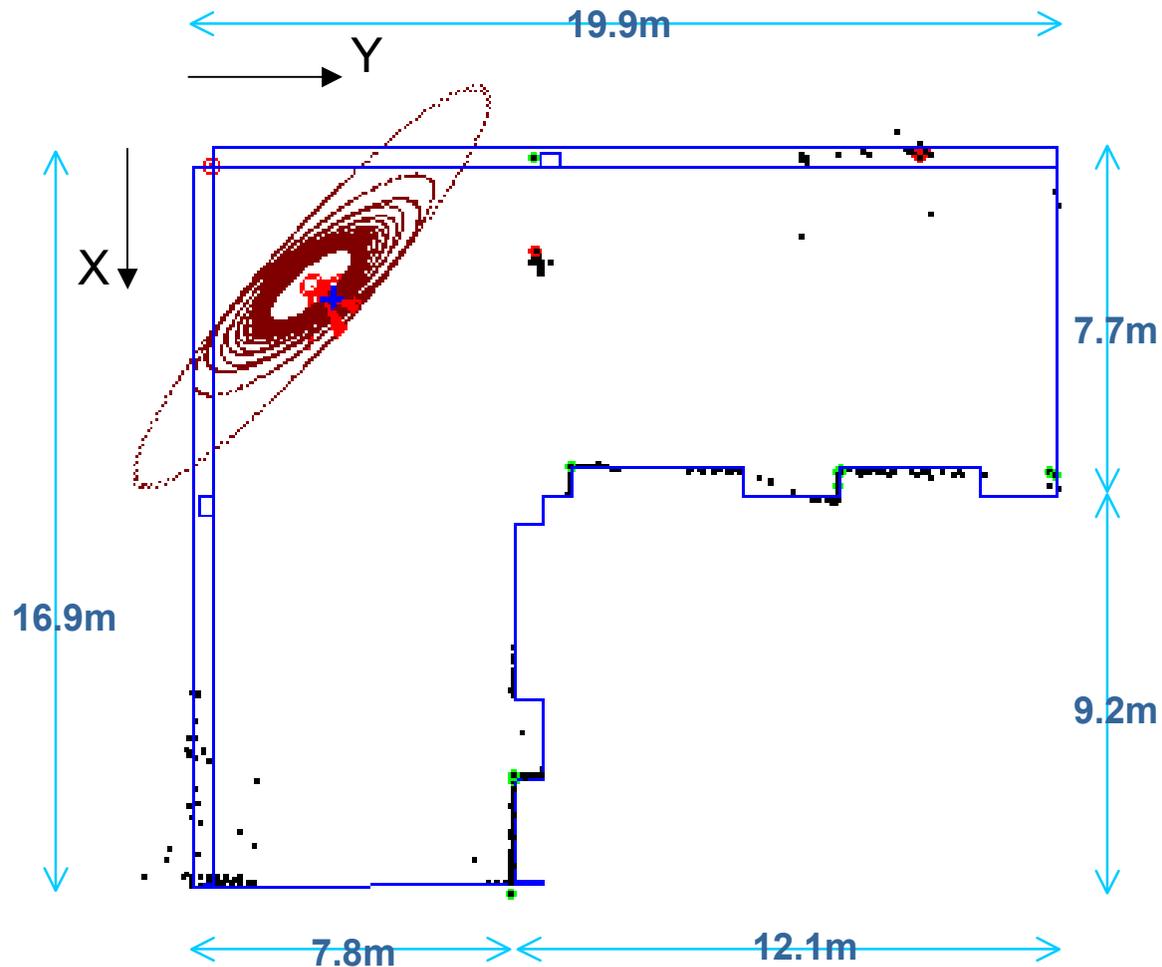
$$\theta = 61^\circ$$

## Estimativa inicial

$$\hat{x} = 2.866\text{m}, \quad \sigma_x = 7.94\text{cm}$$

$$\hat{y} = 2.288\text{m}, \quad \sigma_y = 7.03\text{cm}$$

$$\hat{\theta} = 61.5^\circ, \quad \sigma_\theta = 0.93^\circ$$

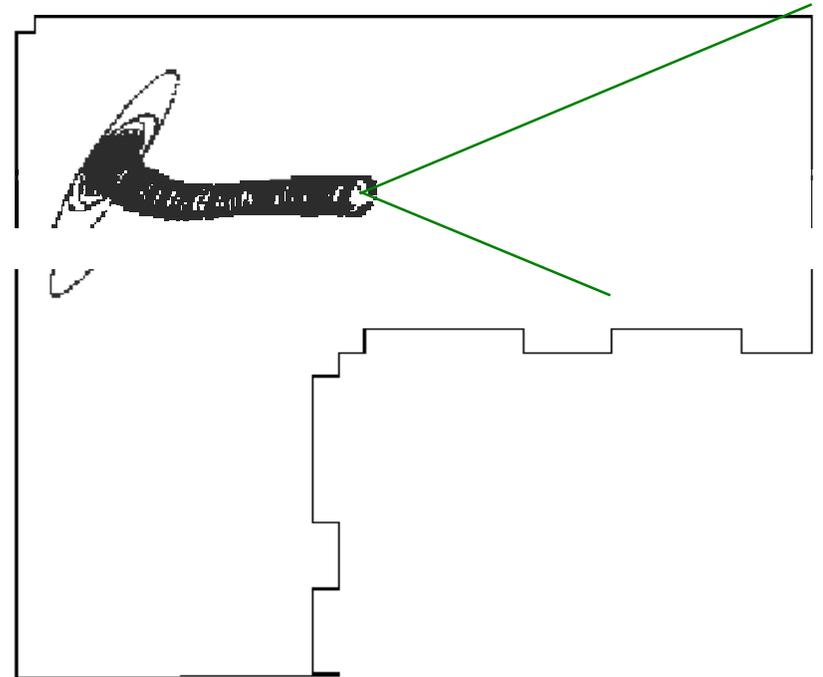


elipse aumentada 20 vezes





# Experiência 2 - laser



elipse aumentada 20 vezes



# Conclusões

---

## O ciclo

### **PREDIÇÃO-EMPARELHAMENTO-FILTRAGEM**

é uma metodologia geral aplicável

- **à localização de robots móveis**
  - ◆ usando, isoladamente, diversos tipos de sensores
  - ◆ integrando dados de sensores distintos
- **à construção de mapas de ambientes**
- **à localização e à construção simultanea de mapas de ambientes**

